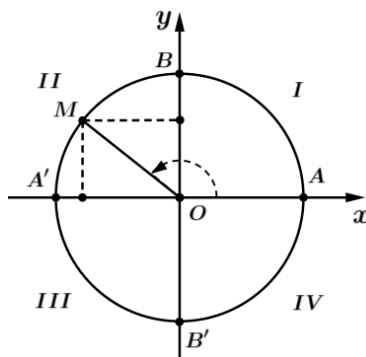


Dạng 3: Giá trị lượng giác của góc lượng giác

Phương pháp: Sử dụng nhóm công thức liên hệ giữa các giá trị lượng giác để tính toán

Chú ý: Nếu đề bài có giới hạn miền của góc α thì ta cần xem trên miền đó các tỉ số lượng giác tương ứng sẽ mang dấu như thế nào, cụ thể như sau:



Giá trị lượng giác	Góc phần tư			
	I	II	III	IV
$\sin \alpha$	+	+	-	-
$\cos \alpha$	+	-	-	+
$\tan \alpha$	+	-	+	-
$\cot \alpha$	+	-	+	-

Bài tập 1: Tính các giá trị lượng giác của góc α , biết:

a) $\cos \alpha = \frac{1}{5}$ và $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

b) $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

c) $\tan \alpha = \sqrt{5}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$

c) $\cot \alpha = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ và $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

Lời giải

a) Vì $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ nên $\sin \alpha > 0$.

Mặt khác, từ $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ suy ra $\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{5}\right)^2} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$.

Do đó $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{2\sqrt{6}}{5}}{\frac{1}{5}} = 2$ và $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{12}$.

b) Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\cos \alpha < 0$.

Mặt khác từ $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ suy ra $\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} = -\frac{\sqrt{5}}{3}$.

Do đó $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{2}{3}}{-\frac{\sqrt{5}}{3}} = -\frac{2}{\sqrt{5}} = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$. và $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{-\frac{2\sqrt{5}}{5}} = -\frac{\sqrt{5}}{2}$.

c) Ta có: $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$. Do $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ nên $\cos \alpha < 0$.

Mặt khác từ $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ suy ra $\cos \alpha = -\sqrt{\frac{1}{1 + \tan^2 \alpha}} = -\sqrt{\frac{1}{1 + \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2}} = -\frac{\sqrt{6}}{6}$.

Mà ta có $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \sin \alpha = \tan \alpha \cdot \cos \alpha = \sqrt{5} \cdot \left(-\frac{\sqrt{6}}{6}\right) = -\frac{\sqrt{30}}{6}$.

d) Ta có: $\tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha} = \frac{1}{-\frac{1}{\sqrt{2}}} = -\sqrt{2}$.

Vì $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ nên $\cos \alpha > 0$.

Mặt khác từ $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ suy ra $\cos \alpha = \sqrt{\frac{1}{1 + \tan^2 \alpha}} = \sqrt{\frac{1}{1 + (-\sqrt{2})^2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Mà ta có $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \sin \alpha = \tan \alpha \cdot \cos \alpha = -\sqrt{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = -\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Bài tập 2: Tính các giá trị lượng giác của góc α , biết:

a) $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ và $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$

b) $\cos \alpha = -0,7$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$

c) $\tan \alpha = 2$ và $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

c) $\cot \alpha = \frac{7}{3}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

Lời giải

a) Ta có $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{9}$. Vì $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$ nên $\cos \alpha > 0$.

Do đó $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ suy ra $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2\sqrt{2}}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$ và $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = 2\sqrt{2}$.

b) Ta có $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - (-0,7)^2 = \frac{51}{100}$. Vì $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ nên $\sin \alpha < 0$.

Do đó $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{51}}{10}$ suy ra $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{-\frac{\sqrt{51}}{10}}{-0,7} = \frac{\sqrt{51}}{7}$ và $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{7\sqrt{51}}{51}$.

c) Ta có $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{2}$; $\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha = 1 + 2^2 = 5$.

Suy ra $\cos^2 \alpha = \frac{1}{5}$. Vì $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ nên $\cos \alpha > 0$. Do đó $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

Suy ra $\sin \alpha = \tan \alpha \cos \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

d) Ta có $\tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha} = \frac{3}{7}$; $\frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha = 1 + \left(\frac{7}{3}\right)^2 = \frac{58}{9}$.

Suy ra $\sin^2 \alpha = \frac{9}{58}$. Vì $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ nên $\sin \alpha < 0$. Do đó $\sin \alpha = -\frac{3\sqrt{58}}{58}$.

Suy ra $\cos \alpha = \cot \alpha \sin \alpha = \frac{7}{3} \cdot \left(-\frac{3\sqrt{58}}{58}\right) = -\frac{7\sqrt{58}}{58}$.

Bài tập 3: Hãy thực hiện các yêu cầu trong mỗi trường hợp sau:

a) Biểu diễn $\sin\left(-\frac{29\pi}{3}\right)$ qua giá trị lượng giác của góc có số đo từ 0 đến $\frac{\pi}{4}$;

b) Biểu diễn $\tan 973^\circ$ qua giá trị lượng giác của góc có số đo từ 0° đến 45° .

Lời giải

a) $\sin\left(-\frac{29\pi}{3}\right) = -\sin\left(\frac{29\pi}{3}\right) = -\sin\left(\frac{5\pi}{3} + 8\pi\right) = -\sin\left(\frac{2\pi}{3} + \pi\right) = \sin \frac{2\pi}{3}$
 $= \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{3}\right) = \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \cos \frac{\pi}{6}$.

b) $\tan 973^\circ = \tan(73^\circ + 5 \cdot 180^\circ) = \tan 73^\circ = \tan(90^\circ - 17^\circ) = \cot 17^\circ$.

Bài tập 4: Tính các giá trị lượng giác của mỗi góc sau:

a) $\frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

b) $\frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

a) $\sin\left(\frac{\pi}{3} + k2\pi\right) = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\cos\left(\frac{\pi}{3} + k2\pi\right) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$

$\tan\left(\frac{\pi}{3} + k2\pi\right) = \tan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$; $\cot\left(\frac{\pi}{3} + k2\pi\right) = \cot \frac{\pi}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

b) $\tan\left(\frac{\pi}{2} + k\pi\right)$ không xác định; $\cot\left(\frac{\pi}{2} + k\pi\right) = \cot \frac{\pi}{2} = 0$.

Với $k = 2l$ ($l \in \mathbb{Z}$):

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + k\pi\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + l2\pi\right) = \sin\frac{\pi}{2} = 1; \cos\left(\frac{\pi}{2} + k\pi\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + l2\pi\right) = \cos\frac{\pi}{2} = 0;$$

Với $k = 2l + 1$ ($l \in \mathbb{Z}$):

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + k\pi\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \pi + l2\pi\right) = \sin\frac{3\pi}{2} = -1; \cos\left(\frac{\pi}{2} + k\pi\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \pi + l2\pi\right) = \cos\frac{3\pi}{2} = 0$$

Bài tập 5: Bằng cách sử dụng giá trị lượng giác của các góc liên quan đặc biệt, hãy tính:

a) $\cos\frac{-15\pi}{4}$

b) $\cot(-675^\circ)$

c) $\sin\frac{11\pi}{3}$

Lời giải

a) $\cos\frac{-15\pi}{4} = \cos\frac{15\pi}{4} = \cos\left(3\pi + \frac{3\pi}{4}\right) = -\cos\frac{3\pi}{4} = \cos\left(\pi - \frac{3\pi}{4}\right) = \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

b) $\cot(-675^\circ) = \cot(45^\circ - 720^\circ) = \cot 45^\circ = 1.$

c) $\sin\frac{11\pi}{3} = \sin\left(3\pi + \frac{2\pi}{3}\right) = -\sin\frac{2\pi}{3} = -\sin\left(\pi - \frac{2\pi}{3}\right) = -\sin\frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong các hệ thức sau đây, hệ thức nào đúng?

A. $\sin x^2 + \cos x^2 = 1$

B. $\sin x + \cos x = 1$

C. $\sin 2x + \cos 2x = 1.$

D. $\sin^2 x + \cos x^2 = 1.$

Lời giải

Theo công thức: $\sin x^2 + \cos x^2 = 1.$

Câu 2: Tìm khẳng định **sai**? (với điều kiện các hệ thức đã xác định)

A. $\tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha.$

B. $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \sin \alpha.$

C. $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha.$

D. $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha.$

Lời giải

Khẳng định $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \sin \alpha$ là sai.

Câu 3: Cho góc α thỏa mãn $2\pi < \alpha < \frac{5\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\tan \alpha < 0.$

B. $\cot \alpha > 0.$

C. $\sin \alpha > 0.$

D. $\cos \alpha > 0.$

Lời giải

Với $2\pi < \alpha < \frac{5\pi}{2}$ ta có $\sin \alpha > 0$, $\cos \alpha > 0$, $\tan \alpha > 0$, $\cot \alpha > 0$.

Câu 4: Cho $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Kết quả đúng là

A. $\sin \alpha > 0$, $\cos \alpha > 0.$

B. $\sin \alpha < 0$, $\cos \alpha < 0.$

C. $\sin \alpha > 0, \cos \alpha < 0.$

D. $\sin \alpha < 0, \cos \alpha > 0.$

Lời giải

Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên α nằm trong góc phần tư thứ 2 nên $\sin \alpha > 0, \cos \alpha < 0.$

Câu 5: Cho $2\pi < \alpha < \frac{5\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\tan \alpha > 0; \cot \alpha > 0.$

B. $\tan \alpha < 0; \cot \alpha < 0.$

C. $\tan \alpha > 0; \cot \alpha < 0.$

D. $\tan \alpha < 0; \cot \alpha > 0.$

Lời giải

Ta có $2\pi < \alpha < \frac{5\pi}{2} \Rightarrow$ điểm cuối cùng $\alpha - \pi$ thuộc góc phần tư thứ I $\Rightarrow \begin{cases} \tan \alpha > 0 \\ \cot \alpha > 0 \end{cases}$.

Câu 6: Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin(\alpha - \pi) \geq 0.$

B. $\sin(\alpha - \pi) \leq 0.$

C. $\sin(\alpha - \pi) < 0.$

D. $\sin(\alpha - \pi) < 0.$

Lời giải

Ta có $0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \Rightarrow -\pi < \alpha - \pi < -\frac{\pi}{2}$

Điểm cuối cùng $\alpha - \pi$ thuộc góc phần tư thứ III $\Rightarrow \sin(\alpha - \pi) < 0.$

Câu 7: Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\cot\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) > 0.$

B. $\cot\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) \geq 0.$

C. $\tan(\alpha + \pi) < 0.$

D. $\tan(\alpha + \pi) > 0.$

Lời giải

Ta có $\begin{cases} 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \rightarrow \frac{\pi}{2} < \alpha + \frac{\pi}{2} < \pi \Rightarrow \cot\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) < 0 \\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \rightarrow \pi < \alpha + \pi < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \tan(\alpha + \pi) > 0 \end{cases}$.

Câu 8: Cho $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Giá trị lượng giác nào sau đây luôn dương?

A. $\sin(\pi + \alpha).$

B. $\cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right).$

C. $\cos(-\alpha).$

D. $\tan(\pi + \alpha).$

Lời giải

$\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha; \cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan \alpha; \cos(-\alpha) = \cos \alpha; \tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha.$

Do $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha > 0 \\ \cos \alpha < 0 \\ \tan \alpha < 0 \end{cases}$

Câu 9: Cho $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) < 0.$

B. $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) > 0.$

C. $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \leq 0.$

D. $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \geq 0.$

Lời giải

$$\text{Ta có } \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} \rightarrow 0 < \frac{3\pi}{2} - \alpha < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \begin{cases} \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) > 0 \\ \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) > 0 \end{cases} \Rightarrow \tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) > 0.$$

Câu 10: Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\sin(\alpha + \pi) < 0.$

B. $\cos(\alpha + \pi) > 0.$

C. $\tan(\pi - \alpha) > 0.$

D. $\cot(\pi - \alpha) < 0.$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha < 0 \forall \alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$$

Câu 11: Cho $\frac{7\pi}{4} < \alpha < 2\pi$. Xét câu nào sau đây đúng?

A. $\cos \alpha > 0.$

B. $\sin \alpha > 0.$

C. $\tan \alpha > 0.$

D. $\cot \alpha > 0.$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \frac{7\pi}{4} < \alpha < 2\pi \Leftrightarrow \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{4} < \alpha < 2\pi \text{ nên } \alpha \text{ thuộc cung phần tư thứ IV.}$$

Câu 12: Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\tan \alpha > 0, \cot \alpha > 0.$

B. $\tan \alpha > 0, \cot \alpha < 0.$

C. $\tan \alpha < 0, \cot \alpha < 0.$

D. $\tan \alpha < 0, \cot \alpha > 0.$

Lời giải

Điểm biểu diễn cung lượng giác α nằm góc phần tư thứ nhất nên $\tan \alpha > 0, \cot \alpha > 0.$

Câu 13: Cho biết $\tan \alpha = \frac{1}{2}$. Tính $\cot \alpha$

A. $\cot \alpha = 2.$

B. $\cot \alpha = \frac{1}{4}.$

C. $\cot \alpha = \frac{1}{2}.$

D. $\cot \alpha = \sqrt{2}.$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 \Rightarrow \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2.$$

Câu 14: Tìm khẳng định sai trong các khẳng định sau đây?

A. $\tan 45^\circ < \tan 60^\circ.$

B. $\cos 45^\circ \leq \sin 45^\circ.$

C. $\sin 60^\circ < \sin 80^\circ.$

D. $\cos 35^\circ > \cos 10^\circ.$

Lời giải

Khi $\alpha \in (0^\circ; 90^\circ)$ hàm $\cos \alpha$ là hàm giảm nên $\cos 35^\circ < \cos 10^\circ$ suy ra D sai.

Câu 15: Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

A. $\cos 150^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\cot 150^\circ = \sqrt{3}$. **C.** $\tan 150^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$. **D.** $\sin 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Khẳng định đúng là: $\tan 150^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

Câu 16: Giá trị của $\tan \frac{\pi}{6}$ là

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $-\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $-\sqrt{3}$.

Lời giải

Trên nửa đường tròn đơn vị sao cho $xOM = \frac{\pi}{6}$ khi đó $M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$ nên $\tan \frac{\pi}{6} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 17: Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5} \left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \right)$, giá trị của $\cos \alpha$ bằng

A. $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$. **B.** $\cos \alpha = \frac{4}{5}$. **C.** $\cos \alpha = \frac{2}{5}$. **D.** $\cos \alpha = -\frac{2}{5}$.

Lời giải

Ta có: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$.

Mà $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{4}{5}$.

Câu 18: Hãy chọn kết quả sai trong các kết quả sau đây:

A. $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$. **B.** $\sin(\pi + \alpha) = \sin \alpha$.
C. $\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$. **D.** $\cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan \alpha$.

Lời giải

Ta có $\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$.

Câu 19: Đơn giản biểu thức $A = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$, ta được:

A. $\cos \alpha$. **B.** $\sin \alpha$. **C.** $-\cos \alpha$. **D.** $-\sin \alpha$.

Lời giải

Ta có: $A = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$.

Câu 20: Giá trị của biểu thức $S = 3 - \sin^2 90^\circ + 2\cos^2 60^\circ - 3\tan^2 45^\circ$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $-\frac{1}{2}$.

C. 1.

D. 3

Lời giải

$$\text{Ta có } S = 3 - \sin^2 90^\circ + 2\cos^2 60^\circ - 3\tan^2 45^\circ = 3 - 1^2 + 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3 \cdot 1^2 = -\frac{1}{2}.$$

Câu 21: Cho a là số thực bất kỳ. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. $\sin a + \cos a = 1$.

B. $\sin^3 a + \cos^3 a = 1$.

C. $\sin^4 a + \cos^4 a = 1$.

D. $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$.

Lời giải

Ta có: $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$; $\forall a \in \mathbb{R}$ nên D đúng.**Câu 22:** Cho $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\sin(\pi + \alpha) < 0$.

B. $\sin(\pi - \alpha) < 0$.

C. $\cos(\pi - \alpha) < 0$.

D. $\cos(\pi + \alpha) < 0$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow 2\pi < \alpha + \pi < \frac{5\pi}{2} \Rightarrow \sin(\pi + \alpha) > 0; \cos(\pi + \alpha) > 0$$

$$\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow -\frac{\pi}{2} < \pi - \alpha < 0 \Rightarrow \sin(\pi - \alpha) < 0; \cos(\pi - \alpha) > 0.$$

Câu 23: Cho $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $(90^\circ < \alpha < 180^\circ)$. Tính $\cos \alpha$.

A. $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$.

B. $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$.

C. $\cos \alpha = \frac{5}{3}$.

D. $\cos \alpha = \frac{3}{5}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = \frac{9}{25} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{3}{5}.$$

$$\text{Vì } 90^\circ < \alpha < 180^\circ \text{ nên } \cos \alpha = -\frac{3}{5}.$$

Câu 24: Cho $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $\cos \alpha$?

A. $\frac{1}{5}$.

B. $\frac{3}{5}$.

C. $-\frac{3}{5}$.

D. $\frac{4}{5}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \cos \alpha = -\frac{3}{5}$$

Câu 25: Các đẳng thức nào sau đây đồng thời xảy ra?

A. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}; \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

B. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{5}; \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

C. $\sin \alpha = \frac{4}{5}; \cos \alpha = \frac{-3}{5}$.

D. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{4}; \cos \alpha = \frac{1}{4}$.

Lời giải:

Áp dụng công thức $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$.

Câu 26: Cho góc α thỏa $\cot \alpha = \frac{3}{4}$ và $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\cos \alpha = \frac{4}{5}$.

B. $\sin \alpha = \frac{4}{5}$.

C. $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$.

D. $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$.

Lời giải

Áp dụng công thức: $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Leftrightarrow 1 + \frac{9}{16} = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Leftrightarrow \sin^2 \alpha = \frac{16}{25}$

Do $0^\circ < \alpha < 90^\circ \Rightarrow \sin \alpha > 0 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{4}{5}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Tính được các giá trị lượng giác của góc $\alpha = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$

c) $\tan \alpha = \sqrt{3}$

d) $\cot \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

Lời giải

a) Sai: $\sin\left(\frac{\pi}{3} + k2\pi\right) = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

b) Sai: $\cos\left(\frac{\pi}{3} + k2\pi\right) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$

c) Đúng: $\tan\left(\frac{\pi}{3} + k2\pi\right) = \tan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$

d) Sai: $\cot\left(\frac{\pi}{3} + k2\pi\right) = \cot \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Câu 2: Tính được các giá trị lượng giác của góc $\alpha = -\frac{\pi}{4} + (2k+1)\pi$ (biết $k \in \mathbb{Z}$). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$

b) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$

c) $\tan \alpha = -1$

d) $\cot \alpha = -1$

Lời giải

a) Đúng: $\sin\left[-\frac{\pi}{4} + (2k+1)\pi\right] = \sin\left(-\frac{\pi}{4} + 2k\pi + \pi\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{4} + \pi\right) = -\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

b) Đúng:

$$\cos\left[-\frac{\pi}{4} + (2k+1)\pi\right] = \cos\left(-\frac{\pi}{4} + 2k\pi + \pi\right) = \cos\left(-\frac{\pi}{4} + \pi\right) = -\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\cos\frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

c) Sai: $\tan\left[-\frac{\pi}{4} + (2k+1)\pi\right] = \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\tan\frac{\pi}{4} = -1$

d) Sai: $\cot\left[-\frac{\pi}{4} + (2k+1)\pi\right] = \cot\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\cot\frac{\pi}{4} = -1$

Câu 3: Cho $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Xét được dấu của các biểu thức sau. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau

a) $A = \sin(\alpha + 90^\circ) > 0$

b) $B = \cos(\alpha - 45^\circ) > 0$

c) $C = \tan(270^\circ - \alpha) < 0$

d) $D = \cos(2\alpha + 90^\circ) > 0$

Lời giải

a) Đúng: Ta có: $0^\circ < \alpha < 90^\circ \Rightarrow 90^\circ < \alpha + 90^\circ < 180^\circ \Rightarrow \sin(\alpha + 90^\circ) > 0$

b) Đúng: Ta có: $0^\circ < \alpha < 90^\circ \Rightarrow -45^\circ < \alpha - 45^\circ < 45^\circ \Rightarrow \cos(\alpha - 45^\circ) > 0$

c) Sai: Ta có: $0^\circ < \alpha < 90^\circ \Rightarrow -90^\circ < -\alpha < 0^\circ \Rightarrow 270^\circ + (-90^\circ) < 270^\circ + (-\alpha) < 270^\circ + 0^\circ$
 $\Rightarrow 180^\circ < 270^\circ - \alpha < 270^\circ \Rightarrow \tan(270^\circ - \alpha) > 0$

d) Sai: Ta có: $0^\circ < \alpha < 90^\circ \Rightarrow 90^\circ < 2\alpha + 90^\circ < 270^\circ \Rightarrow \cos(2\alpha + 270^\circ) < 0$

Câu 4: Tính được các giá trị lượng giác còn lại của góc x , biết: $\sin x = -\frac{3}{5}$ với $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $\cos x > 0$

b) $\cos x = -\frac{4}{5}$

c) $\tan x = \frac{3}{4}$

d) $\cot x = \frac{4}{3}$

Lời giải

a) Sai: Do $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ nên $\cos x < 0$

b) Đúng: Ta có: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \Rightarrow \cos x = -\frac{4}{5}$

c) Đúng: $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{3}{4}$

d) Đúng: $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{4}{3}$

Câu 5: Tính được các giá trị lượng giác còn lại của góc x , biết: $\cos x = \frac{1}{4}$ với $0 < x < \frac{\pi}{2}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $\sin x < 0$

b) $\sin x = -\frac{\sqrt{15}}{4}$

c) $\tan x = \sqrt{15}$

d) $\cot x = -\frac{1}{\sqrt{15}}$

Lời giải

a) Sai: Do $0 < x < \frac{\pi}{2}$ nên $\sin x > 0$

b) Sai: Ta có: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16} \Rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{15}}{4}$

c) Đúng: $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \sqrt{15}$

d) Sai: $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{1}{\sqrt{15}}$

Câu 6: Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Xét được dấu của các biểu thức sau. Khi đó:

a) $A = \cos(\alpha + \pi) < 0$

b) $B = \tan(\alpha - \pi) > 0$

c) $C = \sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{5}\right) < 0$

d) $D = \cos\left(\alpha - \frac{3\pi}{8}\right) < 0$

Lời giải

a) Đúng: Vì $0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \pi < \alpha + \pi < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \cos(\alpha + \pi) < 0$

b) Đúng: Vì $0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \Rightarrow -\pi < \alpha - \pi < -\frac{\pi}{2} \Rightarrow \tan(\alpha - \pi) > 0$

c) Sai: Vì $0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{2\pi}{5} < \alpha + \frac{2\pi}{5} < \frac{9\pi}{10} \Rightarrow \sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{5}\right) > 0$

d) Sai: Vì $0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \Rightarrow -\frac{3\pi}{8} < \alpha - \frac{3\pi}{8} < \frac{\pi}{8} \Rightarrow \cos\left(\alpha - \frac{3\pi}{8}\right) > 0$

Câu 7: Tính được các giá trị lượng giác còn lại của góc x biết: $\cos x = -\frac{5}{13}$ với $180^\circ < x < 270^\circ$. Xét tính

đúng sai của các khẳng định sau:

a) $\sin x < 0$

b) $\tan x = \frac{12}{5}$

c) $\cot x = \frac{5}{12}$

d) $\sin x - \cos x = -\frac{12}{13}$

Lời giải

a) Đúng: Do $180^\circ < x < 270^\circ \Rightarrow \sin x < 0$

b) Đúng: Ta có: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \frac{25}{169} = \frac{144}{169}$

$\Rightarrow \sin x = -\frac{12}{13}; \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{12}{5}$

c) Đúng: $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{5}{12}$

d) Sai: $\sin x - \cos x = -\frac{7}{13}$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cho góc lượng giác $\alpha = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. Tìm k để $10\pi < \alpha < 11\pi$.

Lời giải

Ta có $10\pi < \alpha < 11\pi \longrightarrow \frac{19\pi}{2} < k2\pi < \frac{21\pi}{2} \longrightarrow k = 5$.

Câu 2: Tính giá trị của $\cos\left[\frac{\pi}{3} + (2k+1)\pi\right]$.

Lời giải

Ta có $\cos\left[\frac{\pi}{3} + (2k+1)\pi\right] = \cos\left(\frac{\pi}{3} + \pi + k2\pi\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3} + \pi\right) = -\cos\frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}$.

Câu 3: Cho $\cos \alpha = \frac{1}{3}$. Khi đó $\sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)$ bằng

Lời giải

$$\text{Ta có } \sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2} - 2\pi\right) = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos \alpha = \frac{1}{3}.$$

Câu 4: Biết rằng $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \sin \frac{13\pi}{2} = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ thì giá trị đúng của $\cos x$ là

Lời giải

$$\text{Ta có } \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -\cos x \text{ và } \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x.$$

$$\text{Kết hợp với giá trị } \sin \frac{13\pi}{2} = \sin\left(\frac{\pi}{2} + 6\pi\right) = \sin \frac{\pi}{2} = 1.$$

$$\text{Suy ra } \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \sin \frac{13\pi}{2} = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow -\cos x + 1 = \cos x \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2}.$$

Câu 5: Cho góc α thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{12}{13}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $\cos \alpha$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} \cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \pm \frac{5}{13} \\ \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \end{cases} \longrightarrow \cos \alpha = -\frac{5}{13} \approx -0,38$$

Câu 6: Cho góc α thỏa mãn $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Tính $\tan \alpha$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} \sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \pm \frac{2}{3} \\ \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} \end{cases} \longrightarrow \sin \alpha = -\frac{2}{3} \longrightarrow \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{2}{\sqrt{5}} \approx 0,89$$

Câu 7: Cho góc α thỏa mãn $\tan \alpha = -\frac{4}{3}$ và $\frac{2017\pi}{2} < \alpha < \frac{2019\pi}{2}$. Tính $\sin \alpha$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \\ \frac{2017\pi}{2} < \alpha < \frac{2019\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + \left(-\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \\ \frac{\pi}{2} + 504.2\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} + 504.2\pi \end{cases}$$
$$\longrightarrow \cos \alpha = -\frac{3}{5}. \text{ Mà } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Leftrightarrow -\frac{4}{3} = \frac{\sin \alpha}{-\frac{3}{5}} \longrightarrow \sin \alpha = \frac{4}{5}.$$

Câu 8: Cho góc α thỏa mãn $\cos \alpha = -\frac{12}{13}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $\tan \alpha$.

Lời giải

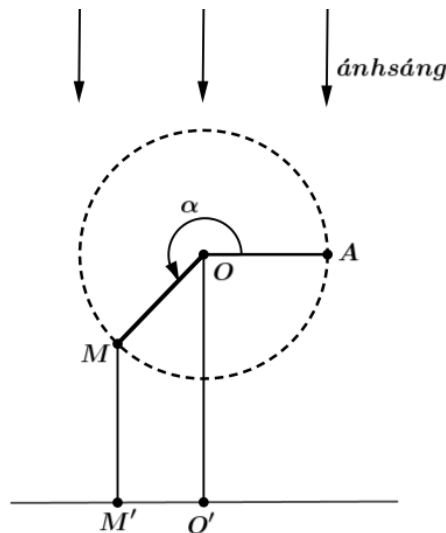
$$\text{Ta có } \begin{cases} \sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \pm \frac{5}{13} \\ \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi. \end{cases} \longrightarrow \sin \alpha = \frac{5}{13} \longrightarrow \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{5}{12} \approx -0,42.$$

Câu 9: Độ dài của ngày từ lúc Mặt Trời mọc đến lúc Mặt Trời lặn ở một thành phố X trong ngày thứ t của năm được tính xấp xỉ bởi công thức $d(t) = 4\sin\left[\frac{2\pi}{365}(t-80)\right] + 12$ ($t \in \mathbb{Z}$ và $1 \leq t \leq 365$).
Thành phố X vào ngày 31 tháng 1 có bao nhiêu giờ có Mặt Trời chiếu sáng? Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.

Lời giải

Ta có: $d(31) = 9,01$ giờ.

Câu 10: Thanh OM quay ngược chiều kim đồng hồ quanh gốc O của nó trên một mặt phẳng thẳng đứng và in bóng vuông góc xuống mặt đất như hình bên. Vị trí ban đầu của thanh là OA . Hỏi độ dài bóng $O'M$ của OM khi thanh quay được $\frac{60}{13}$ vòng là bao nhiêu, biết độ dài thanh OM là 10 cm ? Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.



Lời giải

$$\text{Ta có } \alpha = \frac{60}{13} \cdot 2\pi = \frac{120\pi}{13}. \text{ Suy ra } O'M' = |OM \cos \alpha| = \left| 10 \cos \frac{120\pi}{13} \right| \approx 7,5 \text{ cm}.$$