SỞ GD&ĐT
PHÚ THỌ

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 04 trang)

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT

Lần 1, năm 2025 - 2026
Môn thi: TOÁN HỌC
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ và tên thí sinh: ……………………….. Số báo danh:…………………………

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong mặt phẳng Oxy, tâm của đường tròn $(C): x^2+y^2+6x-4y-23=0$ có toạ độ là:

A. $(-3;-2)$. **B.** $(3;2)$. **C.** $(3;-2)$. **D.** $(-3;2)$.

Câu 2. Điểm cực tiểu của hàm số số $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x-1$ là

A. $x=3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=\frac{1}{3}$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Ta có $y'=x^2-4x+3; y'=0 \Leftrightarrow x=1; x=3$.
Lập bảng biến thiên suy ra điểm cực tiểu của hàm số là $x=3$.

Câu 3. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1=3$ và công bội $q=2$. Số hạng thứ 5 của cấp số nhân là

A. $u_5=-5$. **B.** $u_5=48$. **C.** $u_5=-96$. **D.** $u_5=3$.

Lời giải

Áp dụng công thức $u_5=u_1.q^4=48$.

Câu 4. Tập nghiệm của phương trình $\sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}$ là

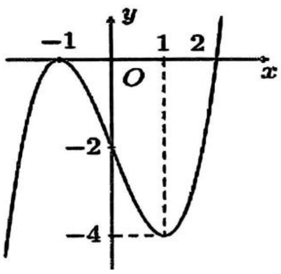
A. $\left\{\frac{\pi}{3}+k\pi;\frac{2\pi}{3}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\left\{\frac{\pi}{6}+k2\pi;-\frac{\pi}{6}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\left\{-\frac{\pi}{6}+k2\pi;-\frac{5\pi}{6}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\left\{\frac{\pi}{3}+k2\pi;\frac{2\pi}{3}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

$\sin x=\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{3}+k2\pi; x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi$.

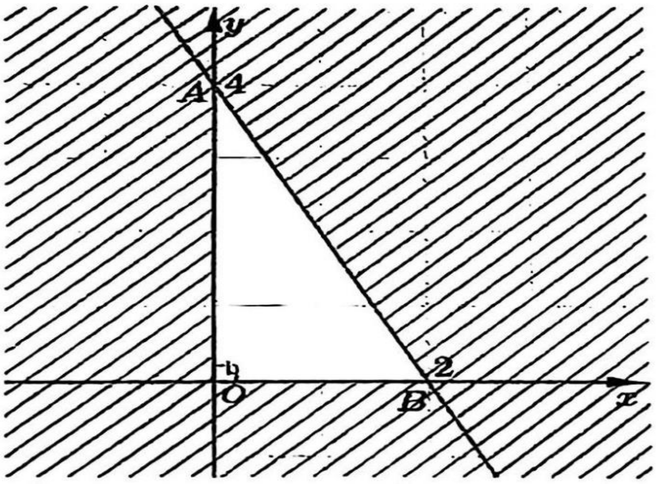
Câu 5. Cho hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d (a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-4;0)$.

Câu 6. Miền không bị gạch chéo trong hình vẽ (kể cả bờ) là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào dưới đây?



A. $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \leq 4 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x \leq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \leq 4 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \leq 0 \\ 2x - y \leq 4 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x - y \leq 4 \end{cases}$.

Lời giải

Đường thẳng AB có phương trình $2x + y = 4$.

Miền nghiệm chứa gốc tọa độ O nên chọn đáp án A.

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm A' đối xứng với điểm $A(2;-3;1)$ qua mặt phẳng Oxz có tọa độ là

A. $(2;-3;-1)$. **B.** $(-2;-3;1)$. **C.** $(2;3;1)$. **D.** $(-2;3;-1)$.

Lời giải

Đối xứng qua Oxz thì $y_{A'} = -y_A = 3$. Suy ra $A(2;3;1)$.

Câu 8. Cho hàm số $y = \dfrac{3x+7}{x+1}$. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0;3]$ bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 7.

Lời giải

$f'(x) = \dfrac{-4}{(x+1)^2} < 0 \ \forall x \neq -1$. Do đó hàm số nghịch biến trên $[0;3]$

Vậy giá trị lớn nhất bằng $f(0) = 7$.

Câu 9. Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một nhóm học sinh được thống kê trong bảng sau:
Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu đã cho bằng

Thời gian (phút)	$[10,5;12,5)$	$[12,5;14,5)$	$[14,5;16,5)$	$[16,5;18,5)$	$[18,5;20,5)$
Số học sinh	10	20	25	18	15

A. $\dfrac{19}{6}$. **B.** $\dfrac{35}{2}$. **C.** $\dfrac{43}{3}$. **D.** $\dfrac{83}{6}$.

Lời giải

Thời gian (phút)	$[10,5;12,5)$	$[12,5;14,5)$	$[14,5;16,5)$	$[16,5;18,5)$	$[18,5;20,5)$
Số học sinh	3	12	15	24	2
Tần số tích lũy	3	15	30	54	56

$Q_1 = 12,5 + \dfrac{14-3}{12}.2 = \dfrac{43}{3}$, $Q_3 = 16,5 + \dfrac{42-30}{24}.2 = \dfrac{35}{2}$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu đã cho bằng $Q_3 - Q_1 = \frac{35}{2} - \frac{43}{3} = \frac{19}{6}$.

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $\vec{a}(1;2;3)$ và $\vec{b}(0;-1;2)$. Véc tơ $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là

A. $(-0;2;6)$. **B.** $(1;3;1)$. **C.** $(1;1;5)$. **D.** $(-1;-3;-1)$.

Câu 11. Đường thẳng nào dưới đây là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = 2x - 5 + \frac{10}{x+3}$

A. $y = x + 3$. **B.** $y = 2x + 3$. **C.** $y = 2x + 3$. **D.** $y = 2x - 5$.

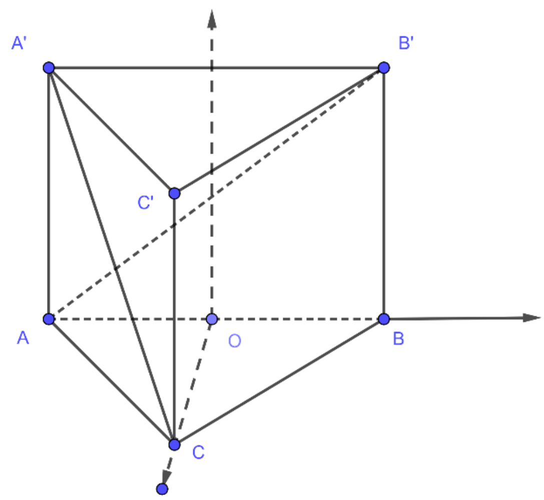
Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(2x - 5 + \frac{10}{x+3} - (2x - 5) \right) = 0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận xiên: $y = 2x - 5$.

Câu 12. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AA' = 3a, AB = a$. Khi đó cosin của góc giữa hai véc tơ $\overrightarrow{AB'}$ và $\overrightarrow{A'C}$ bằng

A. $\frac{7}{20}$. **B.** $-\frac{7}{20}$. **C.** $-\frac{17}{20}$. **D.** $\frac{17}{20}$.

Lời giải



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Ta có: $A\left(0;-\frac{a}{2};0\right)$, $B'\left(0;\frac{a}{2};3a\right)$, $A'\left(0;-\frac{a}{2};3a\right)$, $C\left(\frac{a\sqrt{3}}{2};0;0\right)$

$\overrightarrow{AB'} = (0;a;3a)$, $\overrightarrow{A'C} = \left(\frac{a\sqrt{3}}{2};\frac{a}{2};-3a\right)$

$$\text{Cos}\left(\overrightarrow{AB'},\overrightarrow{A'C}\right) = \frac{a.\frac{a}{2} - 3a.3a}{\sqrt{a^2 + 9a^2}.\sqrt{\frac{a^2.3}{4} + \frac{a^2}{4} + 9a^2}} = \frac{-17}{20}.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một cơ sở sản xuất hàng thủ công thống kê về số lượng sản phẩm X bán được trong 30 ngày như sau:

Số lượng sản phẩm	[100;140)	[140;180)	[180;220)	[220;260)	[260;300)
Số ngày	3	6	12	6	3

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu đã cho là 200.

b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu đã cho là 60.

c) Trung bình số sản phẩm bán được trong một ngày là 220.
d) Phương sai của mẫu số liệu đã cho là 1920.

Lời giải

Ta có khoảng biến thiên $R = 300 - 100 = 200$
Ta có $n = 30$.

$$Q_1 = 140 + \frac{\frac{1\cdot 30}{4} - 3}{6}\cdot(180-140) = 170,\ Q_3 = 220 + \frac{\frac{3\cdot 30}{4} - (3+6+12)}{6}\cdot(260-220) = 230.$$

Vậy khoảng tứ phân vị là $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 230 - 170 = 60$.

Giá trị trung bình của mẫu số liệu là $\overline{x} = \dfrac{3\cdot 120 + 6\cdot 160 + 12\cdot 200 + 6\cdot 240 + 3\cdot 280}{30} = 200$.

Phương sai của mẫu số liệu là

$$S^2 = \frac{3\cdot 120^2 + 6\cdot 160^2 + 12\cdot 200^2 + 6\cdot 240^2 + 3\cdot 280^2}{30} - 200^2 = 1920.$$

a) ĐÚNG
b) ĐÚNG
c) SAI
d) ĐÚNG

Câu 2. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 5$ có đồ thị là (C). Khi đó:

a) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

b) Hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên khoảng $(0;+\infty)$ bằng 2.

d)Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng 1 là đường thẳng có phương trình $y = -3x + 3$.

Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$, $y' = 0$ suy ra $x = 0$ hoặc $x = 2$.
Bảng biến thiên của hàm số

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy
Hàm số nghịch biến trên $(0;2)$
Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị
Hàm số có giá trị nhỏ nhất trên $(0;+\infty)$ là 1.
Khi $x = 1 \Rightarrow y = 3$ và $y'_{x=1} = -3$.
Phương trình tiếp tuyến tại $x = 1$ là $y = -3(x-1) + 3 = -3x + 6$

a) ĐÚNG
b) ĐÚNG
c) SAI
d) SAI

Câu 3. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $SA = AB = 4\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của AB, G là trọng tâm tam giác SAB.

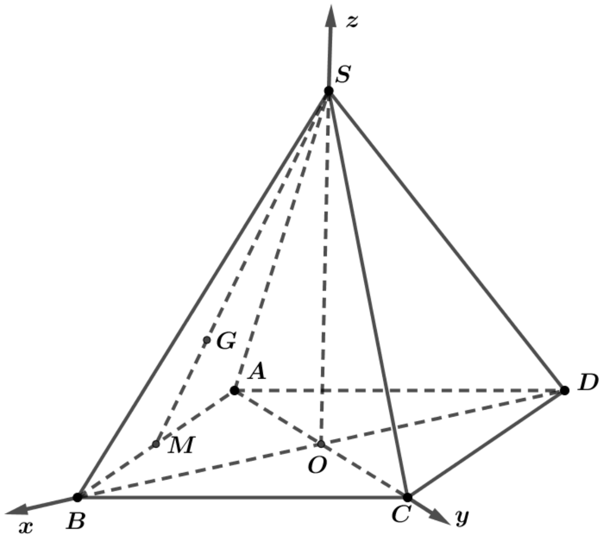
a) $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}=\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}$.

b) $\overrightarrow{DS}=-2\overrightarrow{DM}+3\overrightarrow{DG}$.

c) Nếu chọn hệ tọa độ $Oxyz$ sao cho O là tâm hình vuông $ABCD$, B thuộc tia Ox, C thuộc tia Oy, S thuộc tia Oz. Điểm $E(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (SBD) sao cho C, E, G thẳng hàng thì $a+b+c=2$.

d) Nếu chọn hệ tọa độ $Oxyz$ sao cho O là tâm hình vuông $ABCD$, B thuộc tia Ox, C thuộc tia Oy, S thuộc tia Oz. Điểm $F(x;y;z)$ thuộc mặt phẳng (SAC) sao cho $FG+FB$ nhỏ nhất thì $x+y+z=-1$.

Lời giải



a) Sai.

Hình chóp đều $S.ABCD$ có $SA=SB=SC=SD$ và đáy $ABCD$ là hình vuông.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Khi đó $SO\perp(ABCD)$.

Điểm O là trung điểm AC nên $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}=2\overrightarrow{SO}$.

Điểm O là trung điểm BD nên $\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}=2\overrightarrow{SO}$.

Do đó $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}=\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}$.

b) Đúng.

G là trọng tâm tam giác SAB nên $\overrightarrow{DS}+\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}=3\overrightarrow{DG}$.

M là trung điểm AB nên $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}=2\overrightarrow{DM}$.

Do đó $\overrightarrow{DS}+\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}=3\overrightarrow{DG}\Leftrightarrow\overrightarrow{DS}+2\overrightarrow{DM}=3\overrightarrow{DG}\Leftrightarrow\overrightarrow{DS}=-2\overrightarrow{DM}+3\overrightarrow{DG}$.

c) Đúng.

Ta có $AC=BD=8\Rightarrow OA=OC=OB=OD=4$.

Tam giác SAO vuông tại O nên $SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{\left(4\sqrt{2}\right)^2-4^2}=4$.

Nếu chọn hệ tọa độ $Oxyz$ sao cho O là tâm hình vuông $ABCD$, B thuộc tia Ox, C thuộc tia Oy, S thuộc tia Oz thì mặt phẳng (SBD) là (Oxz).

Đồng thời ta có tọa độ các điểm $C(0;4;0)$, $A(0;-4;0)$, $B(4;0;0)$, $D(-4;0;0)$, $S(0;0;4)$.

Điểm $E\in(SBD)\Rightarrow E(a;0;c)$.

G là trọng tâm tam giác SAB nên $G\left(\frac{4}{3};\frac{-4}{3};\frac{4}{3}\right)$.

Để C, E, G thẳng hàng thì $\overrightarrow{CE} = k\overrightarrow{CG} \Rightarrow \begin{cases} a = k.\dfrac{4}{3} \\ -4 = k.\dfrac{-16}{3} \\ c = k.\dfrac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \dfrac{3}{4} \\ a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$.

Vậy $E(1;0;1)$ hay $a+b+c=2$.

d) Sai.

Ta có mặt phẳng (SAC) là mặt phẳng (Oyz).

$F(x;y;z) \in (SAC)$ thì $F(0;y;z)$. $FG+FB$

Ta có điểm D đối xứng với B qua mặt phẳng (Oyz). Khi đó $FB = FD$.

Do đó $FG+FB = FG+FD$.

Theo bất đẳng thức tam giác ta có $FG+FD \geq GD$. Để dấu "=" xảy ra thì F, G, D thẳng hàng.

Khi đó $\overrightarrow{FG} = k\overrightarrow{GD} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{4}{3} = k.\dfrac{-16}{3} \\ \dfrac{-4}{3} - y = k.\dfrac{4}{3} \\ \dfrac{4}{3} - z = k.\dfrac{-4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \dfrac{-1}{4} \\ y = -1 \\ z = 1 \end{cases}$.

Vậy $F(0;-1;1)$ nên $x+y+z=0$.

Câu 4. Tại một khu bảo tồn thiên nhiên các nhà khoa học đã thả một số cá thể của một loài động vật quý hiếm trong một khu rừng rộng 10 hecta và theo dõi sự tăng trưởng số lượng của chúng. Họ thấy rằng số lượng cá thể của loài động vật đó sau t năm kể từ khi nuôi tại khu bảo tồn được xấp xỉ bởi hàm số $h(t) = 70\log_2\left(\dfrac{8t+1}{t+1}\right) + 30$ (cá thể, t là số thực dương) và tốc độ tăng trưởng số lượng cá thể của loài động vật đó tại thời điểm sau đúng t năm kể từ khi nuôi được xấp xỉ bởi hàm số $h'(t)$ (đơn vị: cá thể/năm).

a) Thời điểm ban đầu, người ta thả nuôi 30 cá thể.

b) Sau 9 tháng kể từ khi bắt đầu nuôi, số lượng cá thể của loài động vật đó là 170.

c) Tốc độ tăng trưởng số lượng cá thể của loài động vật đó tại thời điểm đúng 6 năm kể từ khi nuôi là $\dfrac{10}{7}$ (cá thể/năm).

d) Số lượng cá thể của loài động vật đó không vượt quá 240.

Lời giải

a) Đúng.

Với $t=0$ ta có $h(0) = 70\log_2 1 + 30 = 30$ (con).

b) Đúng.

Ta có 9 tháng bằng $\dfrac{3}{4}$ năm.

Số lượng cá thể của loài động vật đó là: $h\left(\dfrac{3}{4}\right) = 70\log_2(4) + 30 = 170$ (con).

c) Sai.

Ta có $h'(t) = \dfrac{\dfrac{7}{(t+1)^2}}{\left(\dfrac{8t+1}{t+1}\right)\cdot \ln 2} = \dfrac{490}{(8t+1)(t+1)\ln 2}$.

Tốc độ tăng trưởng số lượng cá thể của loài động vật đó tại thời điểm đúng 6 năm là:

$h'(6)=\dfrac{10}{7\ln 2}$ (cá thể/năm).

d) Đúng.

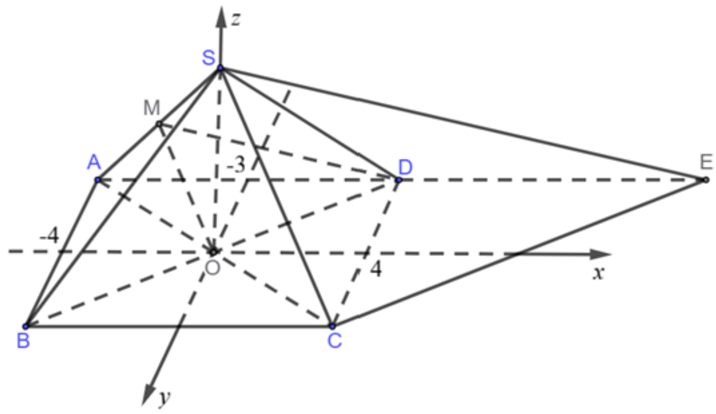
Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} h(t)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[70\log_2\left(\dfrac{8t+1}{t+1}\right)+30\right]=70\log_2\left[\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{8t+1}{t+1}\right)\right]+30=70\log_2 8+30=240$ (con).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O với $AB=6$, $AD=8$. Biết SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và SA tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc $45°$. Gọi M là trung điểm của SA. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và DM bằng $\dfrac{120}{\sqrt{n}}$, giá trị của n bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 1201



$+\begin{cases} SC//MO \\ SC\not\subset(MOD) \\ MO\subset(MOD)\end{cases}\Rightarrow SC//(MOD).$

Gọi E là điểm đối xứng với A qua D.

$\begin{cases} SE//MD \\ SE\subset(MOD) \\ MD\not\subset(MOD)\end{cases}\Rightarrow SE//(MOD).$

Mà SC, SE cắt nhau và cùng thuộc (SCE).

$\Rightarrow(MOD)//(SCE)$.

Mặt khác $DM\subset(MOD)$, $SC\subset(SCE)$ nên $d(SC;DM)=d((SCD);(MOD))$ (1)

+ AC cắt (MOD), (SCD) lần lượt tại O, C và $\dfrac{AO}{SC}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow\dfrac{d(A;(MOD))}{d(A;(SCE))}=\dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow d(A;(MOD))=d((SCD);(MOD))$ (2)

Từ (1) và (2), suy ra $d(SC;DM)=d(A;(MOD))$.

+ Ghép hệ trục toạ độ $Oxyz$, với O là tâm hình chữ nhật $ABCD$, tia Ox đi qua trung điểm của CD, tia Oy đi qua trung điểm của BC, tia Oz đi qua S.

$O(0;0;0)$, $D(4;-3;0)$, $A(-4;-3;0)$.

Tam giác SOA vuông tại O và $SAO=45°$ nên $OS=OA=\dfrac{5}{2}\Rightarrow S\left(0;0;\dfrac{5}{2}\right)$.

M là trung điểm của SA nên $M\left(-2;-\frac{3}{2};\frac{5}{2}\right)$.

$\overrightarrow{OM}\left(-2;-\frac{3}{2};\frac{5}{2}\right)$,

$\overrightarrow{OD}(4;-3;0)\Rightarrow\left[\overrightarrow{OM};\overrightarrow{OD}\right]=\left(\frac{15}{2};10;12\right)$ là một VTPT của (MOD).

Mà (MOD) đi qua $O(0;0;0)$ nên $(MOD):\frac{15}{2}x+10y+12z=0$.

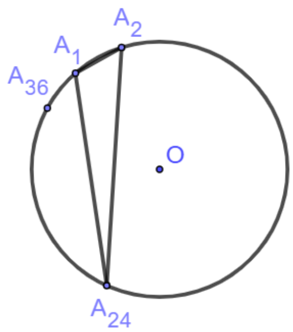
$$\Rightarrow d\left(A;(MOD)\right)=\frac{\left|\frac{15}{2}.(-4)+10.(-3)+12.0\right|}{\sqrt{\left(\frac{15}{2}\right)^2+10^2+12^2}}=\frac{120}{\sqrt{1201}}=\frac{120}{\sqrt{n}}$$

$\Rightarrow n=1201$.

Câu 2. Cho đa giác đều 36 đỉnh $A_1A_2...A_{36}$ nội tiếp đường tròn tâm O. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh trong số các đỉnh $A_1,A_2,...,A_{36}$ của đa giác đã cho, biết xác suất để chọn được ba đỉnh tạo thành một tam giác có một góc bằng $120°$ là P. Giá trị biểu thức $595P$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 33



Đa giác đều 36 đỉnh $A_1A_2...A_{36}$ nội tiếp đường tròn tâm O.

+ Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh trong số các đỉnh $A_1,A_2,...,A_{36}$ của đa giác đã cho thì số các chọn là $C_{36}^3=7140$.

+ Vì đa giác đều 36 đỉnh nội tiếp đường tròn tâm O nên mỗi cạnh là 1 dây của cung có số đo $10°$, góc nội tiếp chắn cung này có số đo $5°$ nên góc của tam giác có số đo $120°$ là góc nội tiếp thì sẽ chắn $\frac{120}{5}=24$ cung nhỏ liên tiếp này.

Để chọn được ba đỉnh tạo thành một tam giác có một góc bằng $120°$, ta thực hiện 2 bước:

Bước 1: chọn 1 đỉnh ở góc $120°$, giả sử A_1, có 36 cách chọn.

Bước 2: Chọn 2 đỉnh A_n và A_{n+24} làm 2 đỉnh còn lại của tam giác, thì $A_nA_1A_{n+24}=120°$, với $\begin{cases}n\ge 2\\ n+24\le 36\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}n\ge 2\\ n\le 12\end{cases}\Leftrightarrow n\in\{2;3;4;...;12\}\Rightarrow$ có 11 cách chọn.

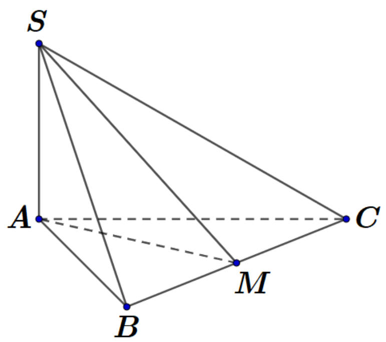
Theo quy tắc nhân, tổng số cách chọn 3 đỉnh để được tam giác có một góc $120°$ là $36.11=396$.

$\Rightarrow P=\frac{396}{7140}=\frac{33}{595}\Rightarrow 595P=595.\frac{33}{595}=33$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$, biết SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA=2\sqrt{3}$. Tam giác ABC vuông tại B với $AB=6$, $BC=8$. Gọi M là trung điểm của BC. Giá trị của $\left|\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{AM}\right|+\overrightarrow{SM}\cdot\overrightarrow{AB}$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 60.



Ta có: $\left|\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{AM}\right|=\left|\overrightarrow{SM}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}\right|=\left|\overrightarrow{SM}+2\overrightarrow{SM}\right|=\left|3\overrightarrow{SM}\right|=3SM$.

Ta có: $\overrightarrow{SM}\cdot\overrightarrow{AB}=\left(\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BM}\right)\cdot\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{SA}\cdot\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BM}\cdot\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AB}^2=AB^2$.

Do $SA\perp(ABC)\Rightarrow SA\perp AM\Rightarrow$ Tam giác SAM vuông tại A.

$\Rightarrow SM^2=SA^2+AM^2=SA^2+AB^2+BM^2=\left(2\sqrt{3}\right)^2+6^2+4^2=64\Rightarrow SM=8$.

Khi đó, $\left|\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{AM}\right|+\overrightarrow{SM}\cdot\overrightarrow{AB}=3SM+AB^2=3\cdot8+6^2=60$.

Câu 4. Bác An có một cửa hàng chuyên bán buôn bưởi Đoan Hùng, bác nhận thấy rằng: Nếu bán mỗi kilogram bưởi với giá 30 nghìn đồng thì mỗi tuần có 60 đơn hàng và mỗi đơn hàng mua 100 kilogram. Nếu cứ tăng giá mỗi kilogram bưởi thêm 2 nghìn đồng thì hàng tuần số đơn hàng giảm 4 đơn, đồng thời số lượng bưởi mà mỗi đơn hàng đặt mua cũng giảm đi 2 kilogram. Hỏi bác cần bán mỗi kilogram bưởi với giá bao nhiêu nghìn đồng để lợi nhuận hàng tuần thu được là lớn nhất, biết giá nhập mỗi kilogram bưởi là 24 nghìn đồng và giá bán không vượt quá 50 nghìn đồng/ 1 kilogram. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

Đáp án: 40.

Gọi số tiền một kg bưởi là $30+2x$ (nghìn đồng)

Ta có: $24\le 30+2x\le 50\Leftrightarrow -3\le x\le 10$.

Khi đó, lượng bưởi bán sẽ là $(60-4x)(100-2x)$ kg và tiền lời khi bán mỗi kg bưởi là $30+2x-24=6+2x$.

Doanh thu sẽ là $f(x)=(6+2x)(60-4x)(100-2x)=16(x+3)(15-x)(50-x)$ với $-3\le x\le 10$.

Ta có: $f'(x)=16\left[(15-x)(50-x)-(x+3)(50-x)-(x+3)(15-x)\right]=16\left(3x^2-124x+555\right)$

Ta có: $f'(x)=\left[\begin{array}{ll} x\approx 5{,}107 & (n) \\ x\approx 36{,}227 & (l)\end{array}\right.$.

Ta có: $\begin{cases} f(-3)=0 \\ f(5{,}107)\approx 57609 \\ f(10)=41600\end{cases}\Rightarrow \max\limits_{x\in[-3;10]} f(x)=f(5{,}107)$.

Vậy khi bán một kg bưởi với giá $30+2\cdot 5{,}107\approx 40$ nghìn đồng/ kg thì lợi nhuận thu được là lớn nhất.

Câu 5. Huyết áp là áp lực của máu tác động lên thành động mạch khi tim bơm máu vào động mạch. Giả sử trong một giai đoạn vận động thể thao, huyết áp của một người thay đổi theo thời gian được cho bởi hàm số $p(t)=100+20\cos(120\pi t)$, trong đó $p(t)$ là huyết áp tính theo đơn vị mmHg phụ thuộc vào thời gian t tính theo phút. Trong 10 phút tính từ thời điểm ban đầu khi $t=0$, có bao nhiêu lần huyết áp của người này mức 90 mmHg?

Lời giải

Đáp án: 1200

Huyết áp của người này mức 90 mmHg khi

$p(t)=90 \Leftrightarrow 100+20\cos(120\pi t)=90 \Leftrightarrow \cos(120\pi t)=-\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos(120\pi t)=\cos\frac{2\pi}{3}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 120\pi t=\frac{2\pi}{3}+k2\pi \\ 120\pi t=-\frac{2\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 60t=\frac{1}{3}+k \\ 60t=-\frac{1}{3}+k \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=\frac{1}{180}+\frac{k}{60} \\ t=-\frac{1}{180}+\frac{k}{60} \end{array}\right. \ (k\in\mathbb{Z})$.

Trong khoảng thời gian 10 phút đầu:

- Với $0\le t\le 10 \Leftrightarrow 0\le \frac{1}{180}+\frac{k}{60}\le 10 \Leftrightarrow -\frac{1}{3}\le k\le \frac{1799}{3}$.

Do $k\in\mathbb{Z}\Rightarrow k\in\{0;1;\ldots;599\}$.

- Với $0\le t\le 10 \Leftrightarrow 0\le -\frac{1}{180}+\frac{k}{60}\le 10 \Leftrightarrow \frac{1}{3}\le k\le \frac{1801}{3}$.

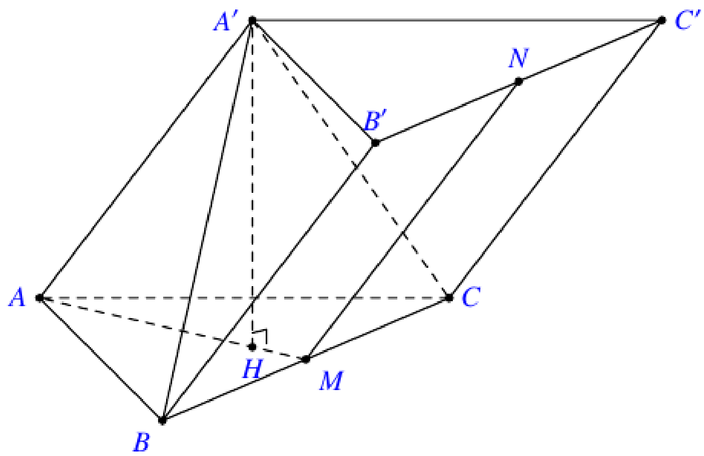
Do $k\in\mathbb{Z}\Rightarrow k\in\{1;2;\ldots;600\}$.

Trong 10 phút tính từ thời điểm ban đầu khi $t=0$, có 1200 lần huyết áp của người này mức 90 mmHg.

Câu 6. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $A'A=A'B=A'C$, cạnh bên $AA'=4$, đáy ABC là tam giác đều. Biết mặt phẳng $(BCC'B')$ tạo với mặt phẳng (ABC) một góc $60°$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 18



Gọi M, N lần lượt là trung điểm BC và $B'C'$. Suy ra $MN//BB'//AA'$.

Gọi H là trọng tâm ΔABC.

Do $A'A=A'B=A'C$ nên $A'H\perp(ABC)$.

Ta có $\begin{cases} AM\perp BC \\ A'H\perp BC \end{cases} \Rightarrow BC\perp(A'AH)\Rightarrow BC\perp AA'\Rightarrow BC\perp MN$.

Suy ra $((ABC),(BCC'B'))=(AM,MN)=(AM,AA')=\widehat{A'AM}=60°$.

Trong $\Delta A'AH$ vuông tại H có $A'H=AA'.\sin 60°=2\sqrt{3}$; $AH=AA'.\cos 60°=2$.

Suy ra $AM=\frac{3}{2}AH=3$.

Do ΔABC đều nên $AM=\frac{AB\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow AB=\frac{2AM}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$.

Suy ra $S_{\Delta ABC}=\frac{AB^2\sqrt{3}}{4}=\frac{AB^2\sqrt{3}}{4}=3\sqrt{3}$ (đvdt).

Vậy thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng $V=S_{\Delta ABC}.A'H=3\sqrt{3}.2\sqrt{3}=18$ (đvtt).