

SỞ GD&ĐT HÀ NỘI
THPT Nguyễn Gia Thiều

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT

Lần 1, năm 2025 - 2026

Môn thi: TOÁN HỌC

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 04 trang)

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên R thỏa mãn đồng thời hai điều kiện: $f(x)$ là hàm số lẻ và $f(x) = x^2$ với mọi $x \leq 0$. Giá trị của $f(2)$ bằng

A. -4.

B. -2.

C. 0.

D. 4.

Lời giải

Do $f(x)$ là hàm số lẻ và $f(x) = x^2$ với mọi $x \leq 0$. Giá trị của $f(2) = -f(-2) = -(-2)^2 = -4$

Câu 2: Tập nghiệm của phương trình $\cot x = -1$ là

A. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $S = \left\{ \frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $S = \left\{ \frac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

$$\cot x = -1 \Leftrightarrow \cot x = \cot \frac{3\pi}{4} \Leftrightarrow x = \frac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Câu 3: Giá trị cực tiểu của hàm số $y = 4x^3 - 6x^2 + 11$ bằng

A. 0.

B. 1.

C. 9.

D. 11.

Lời giải

Ta có $y = 4x^3 - 6x^2 + 11 \Rightarrow y' = 12x^2 - 12x$, đạo hàm đổi dấu từ âm sang dương tại $x = 1$. Suy ra $y(1) = 9$

Câu 4: Hàm số $y = -2x^3 + 9x^2 + 24x - 114$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(-1; 4)$.

B. $(-4; -1)$.

C. $(-\infty; -1)$.

D. $(4; +\infty)$.

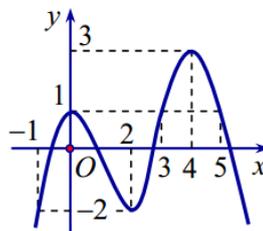
Lời giải

Ta có $y = -2x^3 + 9x^2 + 24x - 114 \Rightarrow y' = -6x^2 + 18x + 24, y' > 0 \Leftrightarrow -1 < x < 4$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 4)$

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1; 5]$ và có đồ thị như hình vẽ bên (các điểm cực trị của đồ thị thể hiện rõ trên hình). Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[-1; 5]$

Giá trị của $M - m$ bằng



A. 1.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Trên $[-1;5]$, ta có $M=3, m=-2$. Giá trị của $M-m=5$.

Câu 6: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-4}{x+2}$ là đường thẳng có phương trình

- A.** $y=2$. **B.** $y=-2$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Tiệm cận ngang $y=2$.

Câu 7: Hướng tới kỳ thi tốt nghiệp THPT, học sinh hai lớp chất lượng cao 12A và 12B của trường NQH tham gia một kỳ thi thử môn Toán. Kết quả (số học sinh) theo các khoảng điểm như sau:

Điểm	[5 ; 6)	[6 ; 7)	[7 ; 8)	[8 ; 9)	[9 ; 10]
Lớp 12A	5	11	13	8	3
Lớp 12B	3	5	22	2	8

Khi so sánh, các giá trị điểm trung bình và độ phân tán điểm đo bằng độ lệch chuẩn (được ước lượng theo công thức cho mẫu số liệu ghép nhóm) của hai lớp. Nhận định nào sau đây đúng?

- A.** Lớp 12B có điểm trung bình cao hơn và độ phân tán điểm cao hơn lớp 12A.
B. Lớp 12B có điểm trung bình cao hơn và độ phân tán điểm thấp hơn lớp 12A.
C. Lớp 12B có điểm trung bình cao hơn lớp 12A, và độ phân tán điểm của hai lớp bằng nhau.
D. Lớp 12A có điểm trung bình cao hơn lớp 12B, và độ phân tán điểm của hai lớp bằng nhau.

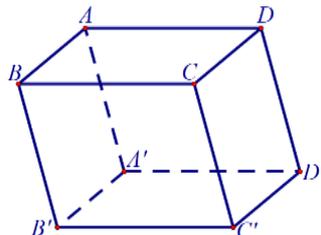
Lời giải

Điểm trung bình lớp 12A là $\bar{x}_A = 7,325$

Điểm trung bình lớp 12B là $\bar{x}_B = 7,675$

Khi $\bar{x}_A < \bar{x}_B$ và $s_A \approx 1,12 = s_B$

Câu 8: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (như hình vẽ bên). Khẳng định nào trong các khẳng định sau đây là đúng ?



- A.** $\vec{BC} + \vec{BA} + \vec{BD}' = \vec{BB}'$. **B.** $\vec{AD} + \vec{D'C}' + \vec{CC}' = \vec{AC}'$.
C. $\vec{BC} + \vec{BA} = \vec{D'A}' + \vec{D'C}'$. **D.** $\vec{BA} + \vec{DD}' + \vec{BD}' = \vec{BC}$.

Lời giải

Ta có $\vec{AD} + \vec{D'C}' + \vec{CC}' = \vec{AD} + \vec{AB} + \vec{AA}' = \vec{AC}'$

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{m} = (1;1;4)$, $\vec{n} = (4;1;1)$. Vectơ nào dưới đây vuông góc với cả hai vectơ \vec{m} và \vec{n} ?

- A.** $\vec{a} = (1;5;1)$. **B.** $\vec{b} = (1;-5;1)$. **C.** $\vec{c} = (1;5;-1)$. **D.** $\vec{d} = (-1;5;1)$.

Lời giải

Để thấy $\vec{m}\vec{b} = 1.1+1.(-5)+4.1=0$ và $\vec{n}\vec{b} = 1.4+1.(-5)+1.1=0$ nên \vec{b} vuông góc với cả hai vectơ \vec{m} và \vec{n} .

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $AD//BC, AD > BC$. Gọi I là giao điểm của AB và CD , O là giao điểm AC và BD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng

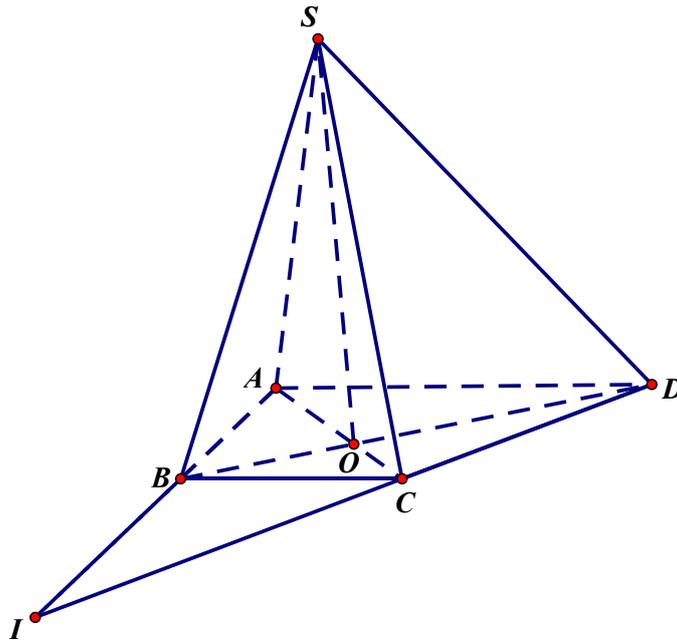
A. SI .

B. SO .

C. IO .

D. đi qua S và song song với AD .

Lời giải



Ta có :

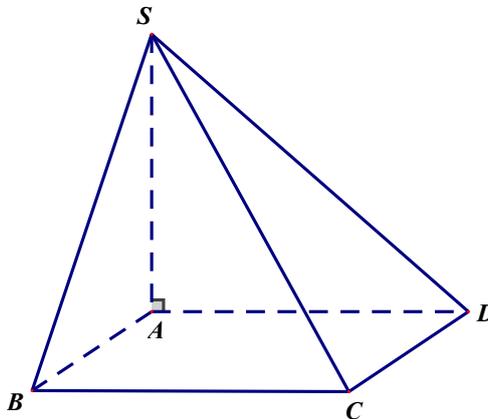
$$\left. \begin{array}{l} S \in (SAD) \cap (SBC) \\ AD // BC \\ AD \subset (SAD), BC \subset (SBC) \end{array} \right\}$$

Suy ra giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng đi qua S và song song với AD .

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA \perp AD$. Khi đó ta có

A. $(SAC) \perp (SAB)$. B. $(SCD) \perp (SAB)$. C. $(SBD) \perp (SAB)$. **D. $(SBC) \perp (SAB)$.**

Lời giải



Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} AD // BC \\ AD \perp SA \end{array} \right\} \Rightarrow SA \perp BC \left. \begin{array}{l} \\ \text{mà } AB \perp BC \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAB) \left. \begin{array}{l} \\ \text{mà } BC \subset (SBC) \end{array} \right\} \Rightarrow (SBC) \perp (SAB).$$

Câu 12: Hướng tới kỳ thi tốt nghiệp THPT, học sinh hai lớp chất lượng cao 12C và 12D của trường NQH tham gia một kỳ thi thử môn Toán. Kết quả (số học sinh) theo các khoảng điểm như sau:

Điểm	[5 ; 6)	[6 ; 7)	[7 ; 8)	[8 ; 9)	[9 ; 10]
Lớp 12C	7	9	10	5	9
Lớp 12D	4	6	23	10	2

So sánh giá trị điểm trung bình và độ phân tán đo bằng độ rộng khoảng tứ phân vị (được ước lượng theo công thức cho số liệu ghép nhóm, coi điểm phân bố đều trong mỗi khoảng). Nhận định nào sau đây đúng?

- A. Điểm trung bình hai lớp bằng nhau và độ phân tán điểm của hai lớp bằng nhau.
B. Điểm trung bình hai lớp bằng nhau và độ phân tán điểm lớp 12C lớn hơn lớp 12D.
 C. Điểm trung bình hai lớp bằng nhau và độ phân tán điểm lớp 12D lớn hơn lớp 12C.
 D. Điểm trung bình lớp 12C cao hơn lớp 12D và độ phân tán điểm lớp 12C lớn hơn lớp 12D.

Lời giải

Điểm	[5 ; 6)	[6 ; 7)	[7 ; 8)	[8 ; 9)	[9 ; 10]
Giá trị đại diện	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5
Lớp 12C	7	9	10	5	9
Lớp 12D	4	6	23	10	2

- **Lớp 12C có:**

$$\text{Điểm trung bình: } \bar{x}_C = \frac{5,5 \cdot 7 + 6,5 \cdot 9 + 7,5 \cdot 10 + 8,5 \cdot 5 + 9,5 \cdot 9}{7 + 9 + 10 + 5 + 9} = 7,5.$$

$$\text{Tứ phân vị thứ nhất: } Q_1 = 6 + \frac{10-7}{9} \cdot (7-6) = \frac{19}{3} \approx 6,33.$$

$$\text{Tứ phân vị thứ ba: } Q_3 = 8 + \frac{30-(7+9+10)}{5} \cdot (9-8) = \frac{44}{5} = 8,8.$$

$$\text{Khoảng tứ phân vị } \Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{37}{15} \approx 2,47.$$

- **Lớp 12D có:**

$$\text{Điểm trung bình: } \bar{x}_D = \frac{5,5 \cdot 4 + 6,5 \cdot 6 + 7,5 \cdot 23 + 8,5 \cdot 10 + 9,5 \cdot 2}{4 + 6 + 23 + 10 + 2} = 7,5$$

$$\text{Tứ phân vị thứ nhất: } Q_1 = 7 + \frac{\frac{45}{4} - (4+6)}{23} \cdot (8-7) = \frac{649}{92} \approx 7,05.$$

$$\text{Tứ phân vị thứ ba: } Q_3 = 8 + \frac{\frac{3}{4} \cdot 45 - (4+6+23)}{10} \cdot (9-8) = \frac{323}{40} = 8,075.$$

$$\text{Khoảng tứ phân vị } \Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{939}{920} \approx 1,02.$$

Vậy điểm trung bình hai lớp bằng nhau và độ phân tán điểm lớp 12C lớn hơn lớp 12D.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 1: Một công ty giao hàng nhanh trong thành phố đã xây dựng một thuật toán giao hàng tối ưu. Để kiểm chứng, giám đốc yêu cầu ghi nhận thời gian giao của từng đơn hàng trong mẫu 100 đơn chạy thử. Số liệu được thống kê trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60]
Số đơn	15	40	25	12	8

- a) Độ phân tán của thời gian giao hàng, ước lượng bằng khoảng biến thiên mẫu số liệu, là 50 phút.
 b) Một nửa số đơn hàng (trung vị ước lượng của mẫu số liệu) được giao xong không quá 28 phút 45 giây.
 c) Thời gian giao hàng phổ biến nhất (giá trị một của mẫu số liệu tính theo công thức) bằng 25 phút.
 d) Công ty có chính sách niêm yết phí ship 20000 đồng cho mỗi đơn. Cam kết nếu giao từ 40 phút trở lên, khách hàng không phải trả phí ship và nhận thêm 60000 đồng tiền bồi thường từ công ty. Sau đợt chạy thử 100 đơn này, tổng tiền phí ship thu được vẫn lớn hơn tổng số tiền bồi thường công ty phải chi trả.

Lời giải

a) ĐÚNG

Khoảng biến thiên $R = 60 - 10 = 50$ (phút).

b) ĐÚNG

Trung vị mẫu số liệu thuộc nhóm $[20; 30)$.

Giá trị của trung vị là

$$M_e = u_{m+1} + \frac{\frac{n}{2} - C}{n_m} (u_{m+1} - u_m) = 20 + \frac{50 - 15}{40} \cdot (30 - 20) \approx 28,75 = 28 \text{ phút } 45 \text{ giây.}$$

c) SAI

Mốt mẫu số liệu thuộc nhóm $[20; 30)$.

$$M_o = u_{m+1} + \frac{n_m - n_{m-1}}{2n_m - n_{m-1} - n_{m+1}} (u_{m+1} - u_m) = 20 + \frac{40 - 15}{2 \cdot 40 - 15 - 25} \cdot (30 - 20) \approx 26,25$$

= 26 phút 15 giây.

d) ĐÚNG

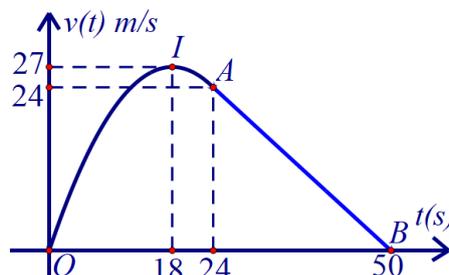
+ Tiền bồi thường là $(12 + 8) \cdot 60000 = 1200000$ (đồng)

+ Tiền ship thu được là $(15 + 40 + 25) \cdot 20000 = 1600000$ (đồng)

Vậy tiền phí ship lớn hơn tiền bồi thường.

Câu 2: Trong một thử nghiệm ô tô xuất phát từ trạng thái nghỉ.

Người lái điều khiển xe đạt vận tốc cực đại tại $t = 18$ giây, rồi giảm tốc và dừng hẳn. Toàn bộ quá trình kéo dài 50 giây. Đồ thị vận tốc $v(t)$ (m/s) theo thời gian t (s) như hình vẽ. Trong đó, đoạn $[0; 24]$ đồ thị là một phần của parabol có đỉnh $I(18; 27)$ và đi qua điểm O ; trên đoạn $(24; 50]$ đồ thị là đoạn thẳng AB với $A(24; 24)$ và $B(50; 0)$



a) Trong 24 giây đầu tiên, vận tốc của ô tô luôn tăng.

b) Trong 24 giây đầu tiên, có một thời điểm mà gia tốc của ô tô bằng 2m/s^2



- c) Gọi giai đoạn 1 là $[0;24]$, giai đoạn 2 là $(24;50]$. Độ lớn gia tốc của ô tô ngay trước thời điểm kết thúc giai đoạn 1 ($t = 24$ giây) lớn hơn độ lớn gia tốc của ô tô trong suốt giai đoạn 2 (từ 24 giây đến 50 giây).
- d) Quãng đường xe đi được trong 26 giây cuối lớn hơn 70% quãng đường xe chạy trong 24 giây đầu tiên.

Lời giải

a) Sai

Vì trên khoảng $(18;24)$ hàm số $v(t)$ nghịch biến nên vận tốc của ô tô giảm trên khoảng $(18;24)$.

b) Đúng

Trên đoạn $[0;24]$ có $v(t) = at^2 + bt + c$.

$$\text{Có } t = 0; v = 0 \Rightarrow c = 0$$

$$\text{Có } t = 18; v = 27 \Rightarrow 18^2 a + 18b = 27$$

$$\text{Có } t = 24; v = 24 \Rightarrow 24^2 a + 24b = 24 .$$

$$\text{Do đó } v = -\frac{1}{12}t^2 + 3t \Rightarrow v' = -\frac{1}{6}t + 3 = a(t)$$

$$a = 2 \Rightarrow -\frac{1}{6}t + 3 = 2 \Rightarrow -\frac{1}{6}t = -1 \Rightarrow t = 6 .$$

c) Đúng

Trên đoạn $(24;50]$ có $v(t) = mt + n$.

$$\text{Có } t = 24; v = 24 \Rightarrow 24m + n = 24 .$$

$$\text{Có } t = 50; v = 0 \Rightarrow 50m + n = 0$$

$$\text{Do đó } v = -\frac{12}{13}t + \frac{600}{13} \Rightarrow v' = -\frac{12}{13} = a(t) . \text{ Độ lớn của gia tốc trong quá trình (II) là } \frac{12}{13} (m/s^2)$$

$$\text{Độ lớn của gia tốc tại } t = 24 \text{ là } a = \left| -\frac{1}{6} \cdot 24 + 3 \right| = 1 (m/s^2) . \text{ Có } 1 > \frac{12}{13} \text{ nên c đúng}$$

d) Sai

$$\text{Quãng đường xe chạy trong 24 giây đầu tiên là } s_1 = \int_0^{24} \left(-\frac{1}{12}t^2 + 3t \right) dt = 480 \text{ (m)}$$

$$70\% s_1 = 336 \text{ (m)}$$

$$\text{Quãng đường xe chạy trong 26 giây cuối là } s_1 = \int_0^{24} \left(-\frac{1}{12}t^2 + 3t \right) dt = 312 \text{ (m)} < 336 \text{ (m)}$$

Câu 3: Một phòng trưng bày nghệ thuật dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với kích thước: dài $AD = 8$ mét, rộng $AB = 6$ mét, cao $AA' = 4$ mét. Kỹ sư thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ để số hóa căn phòng như sau: Gốc tọa độ $O(0;0;0)$ đặt tại A ; các trục Ox, Oy, Oz lần lượt trùng với các cạnh AD, AB, AA' (chiều dương lần lượt từ A đến D , từ A đến B , từ A đến A') (Đơn vị trên các trục tọa độ là mét). Hệ thống giám sát gồm một camera gắn tại tâm S của mặt trần $A'B'C'D'$ và một cảm biến hồng ngoại gắn tại đỉnh C (đỉnh đối diện với A trên mặt sàn $ABCD$). Camera đang giám sát một bức tranh được treo chính giữa bức tường $CDD'C'$, gọi P là tâm của bức tranh (cũng là tâm của hình chữ nhật $CDD'C'$).

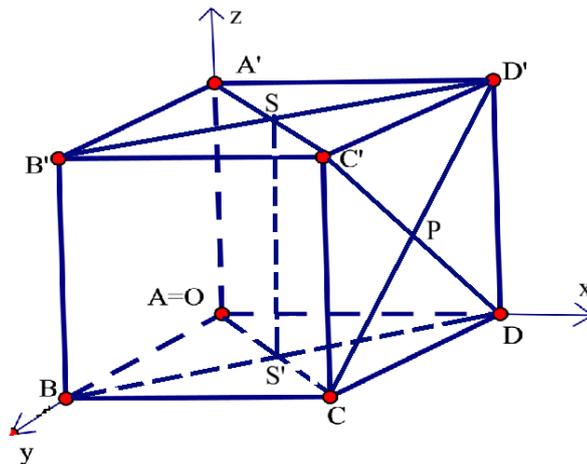
a) Tọa độ vị trí lắp đặt camera là $S(4;3;4)$.

b) Khoảng cách từ camera đến tâm bức tranh P là 5 mét.

c) Có yêu cầu góc tạo bởi trục thẳng đứng của giá treo camera (phương song song Oz , hướng xuống) và tia nhìn từ camera đến tâm bức tranh (\overline{SP}) phải nhỏ hơn 60° . Thiết kế hiện tại thỏa mãn yêu cầu này.

d) Để tránh chói camera, kỹ sư cho lắp thêm một trục đỡ đèn chiếu sáng nghệ thuật, trục đèn được chọn vuông góc với mặt phẳng (SPC) . Chọn một vectơ \vec{u} có giá song song với trục đèn, ta có $\vec{u}(3;4;6)$.

Lời giải



a) ĐÚNG

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, ta có $A'(0;0;4)$, $C'(8;6;4) \Rightarrow S(4;3;4)$.

b) SAI

Có $D(8;0;0)$, $C'(8;6;4) \Rightarrow P(8;3;2) \Rightarrow SP = 2\sqrt{5}$.

c) SAI

Ta có $A(0;0;0)$, $C(8;6;0) \Rightarrow S'(4;3;0) \Rightarrow \overline{SS'} = (0;0;-4)$

mà $\overline{SP} = (4;0;-2)$ nên $\cos(\overline{SP}, \overline{SS'}) = \frac{\sqrt{5}}{5} \Rightarrow (\overline{SP}, \overline{SS'}) \approx 63,43^\circ$.

d) ĐÚNG

Ta có $\overline{SP} = (4;0;-2)$, $\overline{SC} = (4;3;-4) \Rightarrow [\overline{SP}; \overline{SC}] = (6;8;12)$

Chọn $\vec{u} = \frac{1}{2}[\overline{SP}; \overline{SC}] = (3;4;6)$.

Câu 4. Thầy An là một thủ khoa xuất sắc được tuyển đặc cách vào một trường THPT ở thủ đô. Sau thời gian tập sự, thầy chính thức bắt đầu tính thâm niên biên chế từ ngày 01/01/2020. Năm 2020 (năm thứ nhất), tổng thu nhập ở trường của thầy An là 60 triệu đồng/năm. Giá định mức tăng lương hằng năm là cố định 6 triệu đồng/năm cho mỗi năm tiếp theo (bao gồm tăng lương cơ sở và thâm niên). Nhờ được ở nhà công vụ miễn phí và sống tối giản, mỗi năm thầy dành đúng 50% tổng thu nhập hằng năm gửi tiết kiệm để mua nhà (lãi tiền gửi đều rút ra để chi tiêu, không nhập gốc và không tính vào thu nhập).

Đầu năm 2020, thầy nhắm một căn hộ giá 1500 triệu đồng. Do nhu cầu thị trường, giá căn hộ này mỗi năm tăng 10% so với giá cuối năm trước, giá được cập nhật vào ngày 31/12 hằng năm.

Đầu năm 2025, thầy chốt mua căn hộ trên với giá giao dịch bằng giá thị trường tại thời điểm mua, làm tròn đến hàng triệu đồng. Khi mua, ngoài tiền tiết kiệm tích lũy trong 5 năm (2020–2024), thầy được gia đình hỗ trợ đúng 1400 triệu đồng. Số tiền còn thiếu thầy vay ngân hàng với lãi suất cố định 7%/năm trong 35 năm (không thay đổi lãi suất ưu đãi dành cho nhân tài ngành giáo dục). Ngân hàng đưa ra 2 phương án trả nợ: Phương án 1 là trả một số tiền cố định (gồm cả gốc và lãi), phương án 2: là trả gốc chia đều trong 35 năm, cộng với lãi tính trên dư nợ thực tế đầu mỗi năm đó. Các phương án đều tính lãi theo năm trả nợ vào cuối mỗi năm, kỳ trả đầu tiên là 31/12/2025, các tính toán vay và trả nợ kết quả được làm tròn đến hàng triệu đồng gần nhất.

- a) Giá niêm yết của căn hộ tại thời điểm thầy An chốt mua (đầu năm 2025) là 2250 triệu đồng.
 b) Số tiền thầy An phải vay ngân hàng là 670 triệu đồng.
 c) Tổng số tiền phải trả cả gốc và lãi sau 35 năm của hai phương án chênh nhau hơn 370 triệu đồng.
 d) Gọi một năm (từ 2025) là thâm hụt nếu tiền trả nợ cuối năm lớn hơn 50% thu nhập năm đó. Khi đó, số năm thâm hụt liên tiếp theo phương án 2 nhiều hơn đúng 2 năm so với phương án 1.

Lời giải

a) SAI

Đầu năm 2020 giá căn hộ là $P_0 = 1500$ (triệu đồng) .

Mỗi năm tăng 10%, trong 5 năm (cuối 2020 → cuối 2024).

$$P_5 = P_0 (1+10\%)^5 = 1500 \cdot 1,1^5 = 2416 \text{ triệu đồng.}$$

Giá đầu năm 2025 chính là giá cuối năm 2024: 2416 triệu đồng.

b) SAI

Năm 2020 (Năm thứ nhất): Thu nhập $I_{2020} = 60$ triệu/năm \Rightarrow Tiết kiệm $S_{2020} = 60 \cdot 0,5 = 30$. triệu/năm

Mức tăng lương cố định: 6 triệu/năm nên

Năm 2021: Thu nhập $I_{2021} = 66$ triệu/năm \Rightarrow Tiết kiệm $S_{2021} = 66 \cdot 0,5 = 33$ triệu/năm

Năm 2022: Thu nhập $I_{2022} = 72$ triệu/năm \Rightarrow Tiết kiệm $S_{2022} = 72 \cdot 0,5 = 36$ triệu/năm

Năm 2023: Thu nhập $I_{2023} = 78$ triệu/năm \Rightarrow Tiết kiệm $S_{2023} = 78 \cdot 0,5 = 39$ triệu/năm

Năm 2024: Thu nhập $I_{2024} = 84$ triệu/năm \Rightarrow Tiết kiệm $S_{2024} = 84 \cdot 0,5 = 42$ triệu/năm

Tổng số tiền tiết kiệm sau 5 năm (đến đầu năm 2025):

$$S_T = 30 + 33 + 36 + 39 + 42 = 180 \text{ triệu đồng.}$$

Thầy được gia đình hỗ trợ đúng 1400 triệu đồng.

Tổng số tiền thầy có là $1400 + 180 = 1580$.

Số tiền thầy phải vay ngân hàng là: $2416 - 1580 = 836$ triệu đồng.

c) ĐÚNG

Ta có số tiền vay: 836 triệu đồng ; Lãi suất $r = 7\% = 0,07$, thời gian $n = 35$ năm .

$$\text{Số tiền trả hàng năm: } A = V \cdot \frac{r(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} = 836 \cdot \frac{0,07 \cdot 1,07^{35}}{1,07^{35} - 1} \approx 64,6 \text{ triệu/năm.}$$

Tổng số tiền cho phương án 1: $T_1 = 64,6 \cdot 35 \approx 2261$.

Phương án 2: Số tiền mỗi năm trả gốc đều: $\frac{836}{35} \approx 23,9$.

Vậy năm đầu phải trả: $n_1 = 836 \cdot 7\% + 23,9 = 82,4$.

Năm thứ n là $a_n = 23,879 + 0,07[836 - (n-1) \cdot 23,879] = 82,4 - 1,7(n-1)$.

Đây là cấp số cộng với $u_1 = 82,4, d = -1,7$.

$$S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2} \Rightarrow S_{35} = \frac{35[2.82,4 + (35-1).(-1,7)]}{2} \approx 1873 \text{ triệu đồng.}$$

Hai phương án chênh nhau: $2261 - 1873 = 388$.

Vậy tổng số tiền phải trả cả gốc và lãi sau 35 năm của hai phương án chênh nhau hơn 370 triệu đồng.

d) SAI

Thu nhập năm thứ 5 là $60 + 5.6 = 90$ triệu đồng.

Thu nhập năm thứ 6 là cấp số cộng có $u_1 = 90; d = 6 \Rightarrow u_n = 90 + (n-1)6$.

Thâm hụt nếu tiền trả nợ cuối năm lớn hơn 50% thu nhập năm đó suy ra ngưỡng thâm hụt là

$$0,5.u_n = 45 + (n-1)3$$

Tiền trả cố định theo phương án 1: 65 triệu

$$\text{Suy ra } 65 > 45 + (n-1)3 \Leftrightarrow n-1 < 6,67 \Rightarrow n \leq 7.$$

Số năm thâm hụt theo phương án 1: 7 năm

Phương án 2: Năm đầu trả 82,4 triệu

$$\text{Ta có } 82,4 - 1,7(n-1) > 45 + (n-1)3 \Leftrightarrow 82,4 - 1,7n + 1,7 > 45 + 3n - 3 \Leftrightarrow n < 9.$$

Gọi một năm (từ 2025) là thâm hụt nếu tiền trả nợ cuối năm lớn hơn 50% thu nhập năm đó. Khi đó, số năm thâm hụt liên tiếp theo phương án 2 nhiều hơn đúng 1 năm so với phương án 1.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Hàm số $y = -11x^4 + 4x^2 + 82$, đạt cực tiểu tại x bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 0.

$$\text{Ta có } y' = -44x^3 + 8x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \frac{2\sqrt{11}}{11} \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

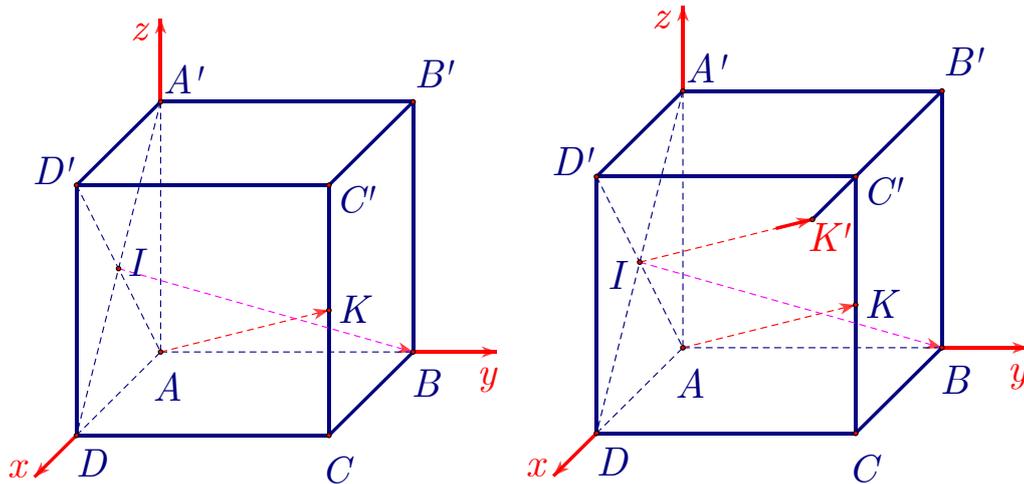
x	$-\infty$	$-\frac{2\sqrt{11}}{11}$	0	$\frac{2\sqrt{11}}{11}$	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	\nearrow CĐ	\searrow CT	\nearrow CĐ	\searrow $-\infty$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi I là tâm của mặt bên $ADD'A'$ và K là trung điểm của cạnh CC' . Cho biết $\overline{IB} \cdot \overline{AK} = na^2$ (n là số thập phân). Giá trị của n bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 0,75.


Cách 1:

Ta có $\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BK} \Rightarrow \overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{AK} = \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{BK} + \overrightarrow{AB}^2 = \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{BK} + a^2$.

Gọi H là trung điểm của DD' . Khi đó

$$\begin{aligned} \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{BK} &= \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{AH} = -\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AH} = -AI \cdot AH \cdot \cos IAH = -AI \cdot AH \cdot \frac{AH^2 + AD'^2 - HD'^2}{2AH \cdot AD'} \\ &= -AI \cdot AH \cdot \frac{AH^2 + AD'^2 - HD'^2}{2AH \cdot 2AI} = -\frac{AH^2 + AD'^2 - HD'^2}{4} \\ &= -\frac{AD^2 + DH^2 + AD'^2 - HD'^2}{4} = -\frac{AD^2 + AD'^2}{4} = -\frac{a^2 + 2a^2}{4} = -\frac{3a^2}{4} \end{aligned}$$

Vậy $\overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{AK} = -\frac{3a^2}{4} + a^2 = \frac{1}{4}a^2 \Rightarrow n = \frac{1}{4} = 0,75$.

Cách 2:

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ (đơn vị trên trục là a) thỏa $A(0;0;0), D(1;0;0), B(0;1;0), A'(0;0;1)$. Khi đó

$$\left. \begin{aligned} K\left(1;1;\frac{1}{2}\right) &\Rightarrow \overrightarrow{AK} = \left(1;1;\frac{1}{2}\right) \\ I\left(\frac{1}{2};0;\frac{1}{2}\right) &\Rightarrow \overrightarrow{IB} = \left(-\frac{1}{2};1;-\frac{1}{2}\right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{AK} = -\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} = \frac{1}{4} = n = 0,75.$$

Cách 3:

Trên $B'C'$ lấy điểm K' sao cho $\overrightarrow{B'K'} = \frac{3}{2}\overrightarrow{B'C'}$. Khi đó: $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{IK'}$

Áp dụng định lý Pitago cho các tam giác $CAK, AIB, B'BK'$, ta được:

$$IK'^2 = AK^2 = \frac{9}{4}a^2; IB^2 = \frac{3}{2}a^2; BK'^2 = \frac{13}{4}a^2.$$

Khi đó:

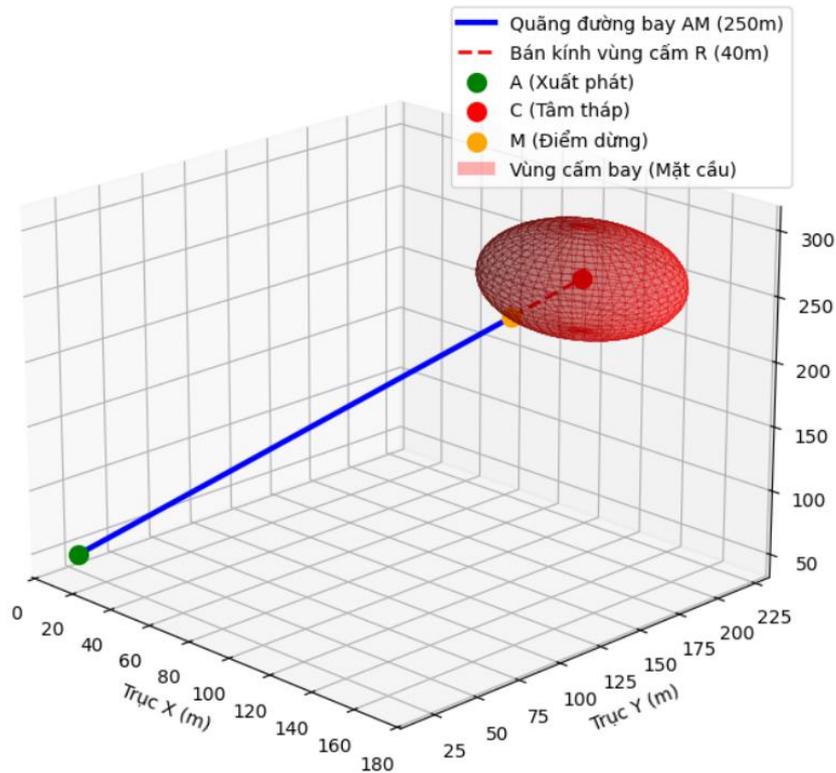
$$\begin{aligned} \overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{AK} &= \overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{IK'} = IB \cdot IK' \cdot \cos BIK' = IB \cdot IK' \cdot \frac{IB^2 + IK'^2 - BK'^2}{2IB \cdot IK'} \\ &= \frac{IB^2 + IK'^2 - BK'^2}{2} = \frac{\frac{3}{2}a^2 + \frac{9}{4}a^2 - \frac{13}{4}a^2}{2} = \frac{1}{4}a^2 \Rightarrow n = \frac{1}{4} = 0,75. \end{aligned}$$

Câu 3. Bạn đang đứng điều khiển Flycam từ sân thượng một quán cà phê ở vị trí $A(10;20;50)$ (độ cao 50 mét so với mặt đất), coi tọa độ là mét trong không gian Oxyz. Mục tiêu là bay thẳng đến quay cận cảnh màn

trình diễn đèn LED tại thân toà tháp đối diện ở tọa độ $C(130;180;260)$ (Flycam bay theo đoạn thẳng AC). Do ban quản lý toà tháp thiết lập vùng cấm bay xung quanh thiết bị đèn LED (tâm C) với bán kính an toàn là 40 mét. Flycam phải dừng lại ngay khi chạm mép vùng này. Hỏi quãng đường Flycam bay được từ quán cà phê đến điểm dừng là bao nhiêu mét?

Lời giải

Mô phỏng đường bay Flycam



Điểm xuất phát: $A(10;20;50)$.

Đích đến (tâm vùng cấm): $C(130;180;260)$.

Vùng cấm bay: Là một khối cầu tâm C , bán kính $R = 40m$.

Hành trình: Flycam bay từ A hướng về C theo đường thẳng.

Điểm dừng: Flycam dừng ngay khi chạm mép vùng cấm. Gọi điểm dừng này là M .

Yêu cầu: Tính quãng đường bay thực tế, tức là độ dài đoạn thẳng AM .

$$\overline{AC} = (120;160;210)$$

$$AC = \sqrt{84.100} = 290 \text{ (mét)}$$

Vì Flycam bay thẳng từ A đến C và dừng lại tại mép vùng cấm (cách tâm C một khoảng đúng bằng bán kính R), nên điểm M nằm trên đoạn AC . Quãng đường bay được sẽ bằng tổng khoảng cách AC trừ đi bán kính vùng cấm.

$$AM = AC - R$$

$$AM = 290 - 40$$

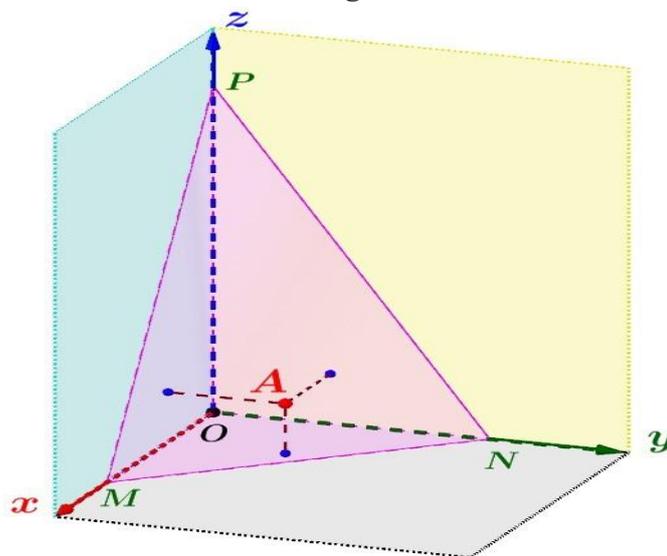
$$AM = 250 \text{ (mét)}$$

Đáp án: 250

Câu 4. Trong một góc nhà xưởng, nền và hai vách vuông góc đôi một; đỉnh cọc tiếp địa là A có khoảng cách vuông góc đến nền, vách 1, vách 2 lần lượt là 45 cm, 75 cm, 75 cm. Người thợ lắp một tấm ván khuôn (coi như một mặt phẳng) đi qua A , các mép tấm ván áp sát và bịt kín với nền và hai vách để tạo một khối bê tông dạng tứ diện (có ba mặt trùng với nền và hai vách). Tính thể tích nhỏ nhất của khối bê tông (đơn vị m^3) (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Lời giải



Đáp số: 1,14.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho góc O trùng với góc nhà xường, các trục Ox, Oy, Oz lần lượt nằm trên các giao tuyến của nền và hai vách tường.

Khi đó:

Mặt phẳng nền là mặt phẳng $(Oxy): z = 0$.

Vách 1 là mặt phẳng $(Oyz): x = 0$.

Vách 2 là mặt phẳng $(Oxz): y = 0$.

Tọa độ điểm A là $A(0,75;0,75;0,45)$ (đổi đơn vị sang mét).

Gọi $M(a;0;0), N(0;b;0), P(0;0;c)$ lần lượt là giao điểm của tấm ván khuôn với các trục Ox, Oy, Oz ($a, b, c > 0$).

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua tấm ván khuôn có dạng phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$$

Vì mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0,75;0,75;0,45)$ nên ta có: $\frac{0,75}{a} + \frac{0,75}{b} + \frac{0,45}{c} = 1$

Thể tích khối bê tông dạng tứ diện $OMNP$ là $V = \frac{1}{6}abc$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho 3 số dương $\frac{0,75}{a}; \frac{0,75}{b}; \frac{0,45}{c}$

$$\text{Ta có } 1 = \frac{0,75}{a} + \frac{0,75}{b} + \frac{0,45}{c} \geq 3\sqrt[3]{\frac{0,75 \cdot 0,75 \cdot 0,45}{abc}}$$

$$\Rightarrow 1 \geq 27 \cdot \frac{0,253125}{abc} \Rightarrow abc \geq 27 \cdot 0,253125 = 6,834375$$

$$\text{Suy ra thể tích khối tứ diện: } V = \frac{1}{6} abc \geq \frac{1}{6} \cdot 6,834375 = 1,1390625$$

Giá trị nhỏ nhất của thể tích là $V_{\min} = 1,1390625 \text{ m}^3$.

Làm tròn đến hàng phần trăm ta được $1,14 \text{ m}^3$.

Câu 5. Một nhà máy tung ra thị trường dòng drone phun thuốc tự động. Nhà máy có công suất tối đa 350 chiếc/quý. Phòng kinh doanh đưa ra hai tham số tài chính quan trọng cho việc sản xuất và tiêu thụ hết $x \in \mathbb{N}^*, x \leq 350$ chiếc drone trong một quý như sau:

Giá bán mỗi chiếc drone được xác định theo hàm cầu: $P(x) = 120 - 0,2x$ (đơn vị: triệu

đồng/chiếc). Chi phí vận hành cố định: 1000 triệu đồng. Chi phí linh kiện: Giá gốc là 50 triệu đồng/chiếc, nếu sản xuất trên 100 chiếc thì chi phí linh kiện giảm xuống chỉ còn 40 triệu đồng/chiếc (áp dụng cho toàn bộ lô hàng). Lợi nhuận sau thuế nhà máy lớn nhất đạt bao nhiêu triệu đồng? (Biết thuế 10% tính trên lợi nhuận dương).

Lời giải

Đáp án: 6300.

Trường hợp 1: $1 \leq x \leq 100$,

$$\text{Hàm lợi nhuận } f(x) = 120x - 0,2x^2 - 1000 - 50x = 70x - 0,2x^2 - 1000$$

$$f'(x) = 70 - 0,4x = 0 \Leftrightarrow x = 175 \text{ Vì } x = 175 \notin [1; 100]$$

$$f(1) = -930,2; f(100) = 4000$$

Nên lợi nhuận sau thuế nhà máy đạt $4000 - 4000 \cdot 10\% = 3600$ triệu đồng

Trường hợp 2: $x > 100$,

$$\text{Hàm lợi nhuận } f(x) = 120x - 0,2x^2 - 1000 - 40x = 80x - 0,2x^2 - 1000$$

$$f'(x) = 80 - 0,4x = 0 \Leftrightarrow x = 200, f(100) = 5000; f(200) = 7000; f(350) = 2500$$

Suy ra lợi nhuận sau thuế nhà máy lớn nhất đạt $7000 - 7000 \cdot 10\% = 6300$ triệu đồng.

Câu 6. Một nghệ nhân có 9 chiếc đèn lồng với độ dài dây treo (cm) lần lượt là 10, 20, 30, ..., 90. Khung đèn là một tam giác đều ABC ; gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA . Nghệ nhân chọn ngẫu nhiên 6 chiếc đèn và gán ngẫu nhiên vào 6 vị trí A, B, C, M, N, P (mọi cách gán là đồng khả năng). Để khung đèn đạt độ cân bằng hoàn hảo, trên mỗi cạnh tam giác, chiều dài dây treo của đèn ở giữa phải bằng trung bình cộng chiều dài dây treo của hai đèn ở hai đầu mút cạnh đó. Gọi xác suất để thỏa mãn điều kiện ngay lần chọn và gán đầu tiên là p . Giá trị của $\frac{6}{p}$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 7560.

Tập hợp độ dài dây treo là $S = \{1; 2; 3; \dots; 9\}$ (chục cm).

Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = A_9^6 = 60480$.



Để chiều dài dây treo của đèn ở giữa bằng trung bình cộng chiều dài dây treo của hai đèn ở hai đầu mút cạnh đó thì chiều dài dây treo đèn ở các đỉnh A, B, C phải cùng tính chẵn lẻ (để chiều dài dây treo tại các vị trí M, N, P là một số thuộc tập S).

Hơn nữa, chiều dài các dây treo tại các vị trí A, B, C phải không tạo thành cấp số cộng (vì nếu $A + C = 2B$ thì $B = P$).

TH1: A, B, C cùng chẵn, tức thuộc tập hợp $\{2; 4; 6; 8\}$.

Bỏ các bộ A, B, C lập thành cấp số cộng, ta có 2 bộ A, B, C thỏa mãn là $\{2; 4; 8\}, \{2; 6; 8\}$.

Với mỗi bộ, có $3!$ cách sắp xếp.

Khi đó trường hợp này có $2 \cdot 3!$ cách sắp xếp.

TH2: A, B, C cùng lẻ, tức là thuộc tập hợp $\{1; 3; 5; 7; 9\}$.

Bỏ các bộ A, B, C lập thành cấp số cộng, ta có 6 bộ A, B, C thỏa mãn là $\{1; 3; 7\}, \{1; 3; 9\}, \{1; 5; 7\}, \{1; 7; 9\}, \{3; 5; 9\}, \{3; 7; 9\}$.

Với mỗi bộ, có $3!$ cách sắp xếp.

Khi đó trường hợp này có $6 \cdot 3!$ cách sắp xếp.

$$\text{Do đó } p = \frac{2 \cdot 3! + 6 \cdot 3!}{60480} = \frac{1}{1260}.$$

$$\text{Vậy } \frac{6}{p} = \frac{6}{\frac{1}{1260}} = 7560.$$

----- Hết -----