

93 Bài Tập Phương Trình Lượng Giác Cơ Bản

Hướng dẫn giải

Câu 1: $\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$

Câu 2: Ta có: $2\cos x - \sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 3: Ta có $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{3\pi}{3} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}.$

Câu 4: Ta có $\cos 3x = \cos \frac{\pi}{15} \Leftrightarrow 3x = \pm \frac{\pi}{15} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{45} + \frac{k2\pi}{3}.$

Câu 5:

Câu 6: $2\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 7: Với $x = \frac{8\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ ta có: $\cos x = \cos \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}; \sin x = \sin \frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$

Do đó $x = \frac{8\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ là một họ nghiệm của phương trình $2\cos x + 1 = 0.$

Câu 8:

Câu 9: $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 10:

Ta có $\cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 11: Ta có $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{4} = \pi - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Câu 12: $\cot\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là $\frac{\pi}{3}.$

Câu 13: Ta có $\sin\left(\frac{2x}{3} + \frac{\pi}{3}\right) = 0$



$$\Leftrightarrow \frac{2x}{3} + \frac{\pi}{3} = k\pi$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x}{3} = -\frac{\pi}{3} + k\pi$$

$$\Leftrightarrow 2x = -\pi + k3\pi$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + \frac{k3\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 14: $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 15: Theo công thức nghiệm đặc biệt thì $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 16: Vì $\frac{2\pi}{3} > 1$ là nên phương trình $\cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{2\pi}{3}$ vô nghiệm.

Câu 17: Ta có: $\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 18: $2\sin x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 19: Ta có:

➤ $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi.$

➤ $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi.$

➤ $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi.$

Đáp án sai : $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi.$

Câu 20: $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{3} = k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 21: Do $y = \sin x$ có tập giá trị là $[-1; 1]$ nên các phương trình $\sin x = \frac{1}{2}; \sin x = \frac{-\sqrt{2}}{2}$ có nghiệm;
phương trình $\sin x = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$ vô nghiệm do $\frac{1+\sqrt{3}}{2} > 1$

Câu 22: Ta có $2\cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 23: $\tan x + 1 = 0 \Leftrightarrow \tan x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 24: Ta có phương trình $\sin 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin 3x = -1 \Leftrightarrow 3x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\left\{-\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\right\}.$

Câu 25: Ta có: $\cot(x - 15^\circ) - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cot(x - 15^\circ) = \sqrt{3}$



$$\Leftrightarrow x - 15^\circ = 30^\circ + k180^\circ \Leftrightarrow x = 45^\circ + k180^\circ, (k \in \mathbb{Z}).$$

Nghiệm của phương trình đã cho là: $x = 45^\circ + k180^\circ, (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 26: Ta có: $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 27:

Lời giải

$$\cot(2x - 30^\circ) = \sqrt{3} \Leftrightarrow 2x - 30^\circ = 30^\circ + k180^\circ \Leftrightarrow x = 30^\circ + k90^\circ (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 28:

Lời giải

Ta có: $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi.$ Suy ra C là đáp án sai

Câu 29:

Lời giải

Phương trình $\cos x = m$ có nghiệm khi $|m| \leq 1$ do $-1 \leq \cos x \leq 1.$

Câu 30:

Lời giải

$$Pt \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi. \text{ Vậy chọn D}$$

Câu 31: $\tan 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \tan 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{4} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}.$

Câu 32: Ta có: $2 \cos 2x = -2 \Leftrightarrow \cos 2x = -1 \Leftrightarrow 2x = \pi + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 33: Ta có: $2 \sin x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \pi - \frac{\pi}{3} + k2\pi = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Câu 34: Ta có: $\cos 2x = -1 \Leftrightarrow 2x = \pi + k2\pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

Câu 35: $\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

Câu 36: $\cos x = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$

Câu 37:

Ta có $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z},$ nên đáp án **D** sai.

Câu 38: * Ta có: $\sin 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z}.$

Câu 39: $2 \cos x = 1 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} = \cos \left(\frac{\pi}{3} \right) \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$ Vậy $x = \frac{\pi}{3}$ là một nghiệm của pt đã cho.

Câu 40: Ta có $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 41: Theo công thức nghiệm đặc biệt thì $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$



Câu 42: + Phương trình $\sin x + 3 = 0 \Leftrightarrow \sin x = -3 \Rightarrow$ phương trình $\sin x + 3 = 0$ vô nghiệm.

$$+ \text{ Phương trình } 2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \text{ phương trình } 2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0 \text{ có}$$

nghiệm.

+ Phương trình $\tan x + 3 = 0 \Leftrightarrow \tan x = -3 \Leftrightarrow x = \arctan(-3) + k\pi \Rightarrow$ phương trình $\tan x + 3 = 0$ có nghiệm.

+ Phương trình $\sin x = \frac{2}{3}$ mà $-1 < \frac{2}{3} < 1$ nên phương trình $3\sin x - 2 = 0$ có nghiệm.

Câu 43: Phương trình $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Với $x \in (\pi; 2\pi) \Rightarrow x = \frac{11\pi}{6}$. Suy ra $a = 11$ và $b = 6$.

Vậy $ab = 66$.

Câu 44: $\sin 4x + \cos 5x = 0 \Leftrightarrow \cos 5x = -\sin 4x = \cos\left(4x + \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{9} \end{cases}$

Câu 45: $\cos 4x + \sin x = 0 \Leftrightarrow \cos 4x = -\sin x = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{10} + k\frac{2\pi}{5} \end{cases}$

Suy ra trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình đã cho có tập nghiệm là $S = \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \frac{3\pi}{10}; \frac{7\pi}{10} \right\}$.

Câu 46: Ta có $\cos \frac{x}{3} = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{3} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Rightarrow x = \frac{3\pi}{2} + k3\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 47: $\cos 2x - \cos x = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \cos x \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = x + k2\pi \\ 2x = -x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = k\frac{2\pi}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x = k\frac{2\pi}{3}$

Với $x \in (0; 2\pi) \Rightarrow x = \frac{2\pi}{3}; x = \frac{4\pi}{3}$.

Vậy $T = \frac{2\pi}{3} + \frac{4\pi}{3} = 2\pi$.

Câu 48: Ta có: $\cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 1 = 0 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} + k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

ycbt $\Leftrightarrow -\pi < -\frac{\pi}{2} + k\pi < 3\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < k < \frac{7}{2}$, mà $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{0; 1; 2; 3\}$.

Câu 49: $2\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Các cung lượng giác $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi$, $x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi$ lần lượt được biểu diễn trên đường tròn lượng giác bởi các điểm F và E .

Câu 50: $\tan x = \cot x \Leftrightarrow \tan x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} - x + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 51: Cách 1:

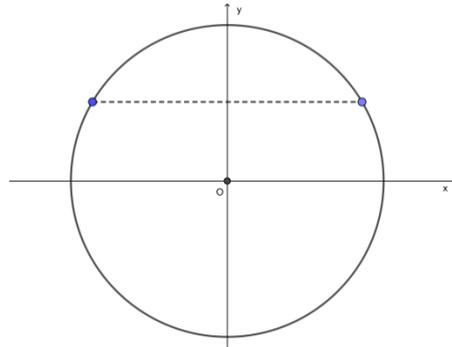
Ta có $\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$, với $k \in \mathbb{Z}$.

+) $0 \leq \frac{\pi}{6} + k2\pi \leq 20\pi \Rightarrow -\frac{1}{12} \leq k \leq \frac{119}{12}$. Lại có $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$.

+) $0 \leq \frac{5\pi}{6} + k2\pi \leq 20\pi \Rightarrow -\frac{5}{12} \leq k \leq \frac{115}{12}$. Lại có $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$.

Vậy phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ có 20 nghiệm trên đoạn $[0; 20\pi]$.

Cách 2:



Dùng đường tròn lượng giác, trên đoạn $[0; 2\pi]$ phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ có 2 nghiệm, tương tự với $[2\pi; 4\pi]$, $[4\pi; 6\pi]$, ... $[18\pi; 20\pi]$. Có 10 đoạn như vậy, trên mỗi đoạn có 2 nghiệm nên suy ra phương trình đã cho có $2 \cdot 10 = 20$ trên $[0; 20\pi]$ \rightarrow chọn đáp án **D**.

Câu 52: $\cos 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = -1 \Leftrightarrow 2x = \pi + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Ta có: $0 \leq \frac{\pi}{2} + k\pi \leq 1000\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq k \leq \frac{1999}{2}$.

Ta được $k \in \{0; 1; 2; \dots; 999\}$.

Có 1000 giá trị k , ứng với 1000 nghiệm của phương trình trên $[0; 1000\pi]$.

Câu 53: Ta có: $2\sin\left(x + \frac{2017\pi}{2}\right) + 3m = 0 \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{2017\pi}{2}\right) = -\frac{3m}{2}$ có nghiệm

khi và chỉ khi $-1 \leq -\frac{3m}{2} \leq 1 \Leftrightarrow -\frac{2}{3} \leq m \leq \frac{2}{3}$.

Câu 54: Ta có: $\sin 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin 2x = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z}).$

➤ **Trường hợp 1:** $x = \frac{\pi}{12} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

$$\text{Vì } 0 < x < \frac{15\pi}{2} \Leftrightarrow 0 < \frac{\pi}{12} + k\pi < \frac{15\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{12} < k < \frac{89}{12} \Rightarrow k = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}.$$

Vậy có tất cả có 8 giá trị k tương ứng với trường hợp 1 có 8 nghiệm là:

$$x = \frac{\pi}{12}; x = \frac{13\pi}{12}; x = \frac{25\pi}{12}; x = \frac{37\pi}{12}; x = \frac{49\pi}{12}; x = \frac{61\pi}{12}; x = \frac{73\pi}{12}; x = \frac{85\pi}{12}.$$

➤ **Trường hợp 2:** $x = \frac{5\pi}{12} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

$$\text{Vì } 0 < x < \frac{15\pi}{2} \Leftrightarrow 0 < \frac{5\pi}{12} + k\pi < \frac{15\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{5}{12} < k < \frac{85}{12} \Rightarrow k = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}.$$

Vậy có tất cả có 8 giá trị k tương ứng với trường hợp 2 có 8 nghiệm là:

$$x = \frac{5\pi}{12}; x = \frac{17\pi}{12}; x = \frac{29\pi}{12}; x = \frac{41\pi}{12}; x = \frac{53\pi}{12}; x = \frac{65\pi}{12}; x = \frac{77\pi}{12}; x = \frac{89\pi}{12}$$

Vậy trên khoảng $\left(0; \frac{15\pi}{2}\right)$ phương trình đã cho có tất cả là 16 nghiệm.

Câu 55: $\cot x = \sqrt{3}$ (1) $\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$, mà $-2018\pi \leq x \leq 2018\pi$.

$$\Rightarrow -2018\pi \leq \frac{\pi}{6} + k\pi \leq 2018\pi \Leftrightarrow -2018 \leq \frac{1}{6} + k \leq 2018 \Leftrightarrow -2018 - \frac{1}{6} \leq k \leq 2018 - \frac{1}{6}, k \in \mathbb{Z}.$$

Suy ra $-2018 \leq k \leq 2017, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy (1) có 4036 nghiệm thuộc $[-2018\pi, 2018\pi]$.

Nhận xét: Hàm số $y = \cot x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$, nên trên mỗi đoạn có độ dài bằng một chu kỳ thì phương trình $\cot x = \sqrt{3}$ có đúng một nghiệm. Mà đoạn $[-2018\pi; 2018\pi]$ được chia làm 4036 đoạn có độ dài bằng 1 chu kỳ dạng $[-2018\pi; -2017\pi], [-2017\pi; -2016\pi], \dots, [2017\pi; 2018\pi]$ nên phương trình đã cho có 4036 nghiệm.

Câu 56: Ta có: $\cos(x + 30^\circ) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 30^\circ = 60^\circ + k360^\circ \\ x + 30^\circ = -60^\circ + k360^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30^\circ + k360^\circ \\ x = -90^\circ + k360^\circ \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

Câu 57: $\sin 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

$$\Rightarrow \beta = \frac{7\pi}{12}, \alpha = -\frac{\pi}{12} \Rightarrow \beta^2 - \alpha^2 = \frac{\pi^2}{3}.$$

Câu 58: Cách 1:

$$\cos 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{+) Xét } \frac{\pi}{3} + k\pi \in (\pi; 2\pi) \Leftrightarrow \frac{2}{3} < k < \frac{4}{3} \Rightarrow k = 1 \Rightarrow x = \frac{4\pi}{3}.$$

$$\text{+) Xét } -\frac{\pi}{3} + k\pi \in (\pi; 2\pi) \Leftrightarrow \frac{4}{3} < k < \frac{7}{3} \Rightarrow k = 2 \Rightarrow x = \frac{5\pi}{3}.$$

Vậy phương trình $\cos 2x = -\frac{1}{2}$ có 2 nghiệm trên $(\pi; 2\pi)$.

Cách 2:

Hàm số $y = \cos 2x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$. Trên mỗi khoảng có độ dài bằng chu kỳ thì phương trình $\cos 2x = m$, ($-1 < m < 1$, $m \neq 0$) luôn có đúng hai nghiệm.

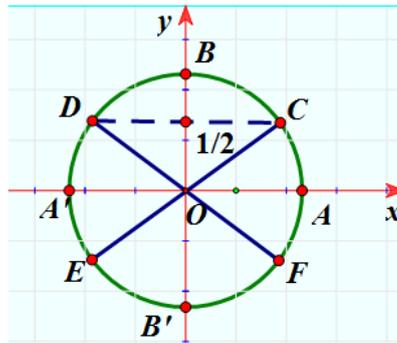
Do đó trên $(\pi; 2\pi)$ thì phương trình $\cos 2x = -\frac{1}{2}$ có đúng hai nghiệm.

Câu 59: $2 \cos^2 x = 1 \Leftrightarrow \cos^2 x = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 x} = 2 \Leftrightarrow 1 + \tan^2 x = 2 \Leftrightarrow \tan^2 x = 1.$

Câu 60: $\tan\left(2x - \frac{5\pi}{6}\right) + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow 2x - \frac{5\pi}{6} = -\frac{\pi}{3} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$

$$x \in (0; 3\pi) \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} < 3\pi \Rightarrow -\frac{1}{2} < k < \frac{11}{2} \stackrel{k \in \mathbb{Z}}{\Rightarrow} k \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}.$$

Vậy phương trình có 6 nghiệm trên khoảng $(0; 3\pi)$.



Câu 61:

Ta có: $2 \sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Dựa vào đường tròn lượng giác ta có điểm biểu diễn nghiệm của phương trình là điểm C, điểm D.

Câu 62: *Tự luận*

$$2 \sin x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \pi - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

- Xét $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$

$$0 \leq x \leq 2\pi \Leftrightarrow 0 \leq \frac{\pi}{3} + k2\pi \leq 2\pi \Leftrightarrow -\frac{\pi}{3} \leq k2\pi \leq \frac{5\pi}{3} \Leftrightarrow -\frac{1}{6} \leq k \leq \frac{5}{6} \Rightarrow k = 0$$

Chỉ có một nghiệm $x = \frac{\pi}{3} \in [0; 2\pi]$

- Xét $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi$

$$0 \leq x \leq 2\pi \Leftrightarrow 0 \leq \frac{2\pi}{3} + k2\pi \leq 2\pi \Leftrightarrow -\frac{2\pi}{3} \leq k2\pi \leq \frac{4\pi}{3} \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq k \leq \frac{2}{3} \Rightarrow k = 0$$

Chỉ có một nghiệm $x = \frac{2\pi}{3} \in [0; 2\pi]$

Vậy phương trình có 2 nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$.

$$\begin{aligned}\sin 2x + \cos x &= 0 \\ \Leftrightarrow 2 \sin x \cdot \cos x + \cos x &= 0 \\ \Leftrightarrow \cos x \cdot (2 \sin x + 1) &= 0\end{aligned}$$

Câu 63:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ 2 \sin x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 64:

$$\text{Ta có } 2 \cos 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 65:

$$2 \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 66:

Ta có

$$y' = \sin x + x \cos x$$

$$y'' = \cos x + \cos x - x \sin x = 2 \cos x - x \sin x$$

Do đó

$$y'' + y = 1 \Leftrightarrow 2 \cos x = 1 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Trường hợp 1. Với $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)

$$\text{Do } x \in \left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right] \text{ nên } -\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{3} + k2\pi \leq 2\pi \Leftrightarrow -\frac{5}{12} \leq k \leq \frac{5}{6}$$

$$\text{Suy ra } k = 0 \text{ ta được } x = \frac{\pi}{3}.$$

Trường hợp 2. Với $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)

$$\text{Do } x \in \left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right] \text{ nên } -\frac{\pi}{2} \leq -\frac{\pi}{3} + k2\pi \leq 2\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{12} \leq k \leq \frac{7}{6}$$

$$\text{Suy ra } k = 0 \text{ ta được } x = -\frac{\pi}{3}; \quad k = 1 \text{ ta được } x = \frac{5\pi}{3}.$$

Vậy có 3 nghiệm thuộc $\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$ của phương trình $y'' + y = 1$ là $x = \frac{\pi}{3}; x = -\frac{\pi}{3}; x = \frac{5\pi}{3}$.

Câu 67:

$$\text{Ta có: } \sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 68: Điều kiện: $\begin{cases} \cos 3x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Ta có: $\tan 3x = \tan x \Leftrightarrow 3x = x + k\pi \Leftrightarrow x = k\frac{\pi}{2}.$

Kết hợp với điều kiện ta được $x = k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 69: Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $\begin{cases} m \neq 0 \\ \frac{1}{|m|} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow |m| \geq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq -1 \end{cases}.$

Câu 70: Ta có:

$$\sin \pi x = \cos\left(\frac{\pi}{3} + \pi x\right) \Leftrightarrow \sin \pi x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} - \pi x\right) \Leftrightarrow \sin \pi x = \sin\left(\frac{\pi}{6} - \pi x\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \pi x = \frac{\pi}{6} - \pi x + k2\pi \\ \pi x = \pi - \frac{\pi}{6} + \pi x + k2\pi \quad VL \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1}{12} + k, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 71: $3\cos x - 5 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{5}{3}.$

Ta có $-1 \leq \cos x \leq 1$ nên phương trình vô nghiệm.

Câu 72: Ta có: $\sin 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin 2x = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

➤ **Trường hợp 1:** $x = \frac{\pi}{12} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Vì $0 < x < \frac{15\pi}{2} \Leftrightarrow 0 < \frac{\pi}{12} + k\pi < \frac{15\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{12} < k < \frac{89}{12} \stackrel{k \in \mathbb{Z}}{\Rightarrow} k = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}.$

Vậy có tất cả có 8 giá trị k tương ứng với trường hợp 1 có 8 nghiệm là:

$$x = \frac{\pi}{12}; x = \frac{13\pi}{12}; x = \frac{25\pi}{12}; x = \frac{37\pi}{12}; x = \frac{49\pi}{12}; x = \frac{61\pi}{12}; x = \frac{73\pi}{12}; x = \frac{85\pi}{12}.$$

➤ **Trường hợp 2:** $x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Vì $0 < x < \frac{15\pi}{2} \Leftrightarrow 0 < \frac{5\pi}{12} + k\pi < \frac{15\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{5}{12} < k < \frac{85}{12} \stackrel{k \in \mathbb{Z}}{\Rightarrow} k = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}.$

Vậy có tất cả có 8 giá trị k tương ứng với trường hợp 2 có 8 nghiệm là:

$$x = \frac{5\pi}{12}; x = \frac{17\pi}{12}; x = \frac{29\pi}{12}; x = \frac{41\pi}{12}; x = \frac{53\pi}{12}; x = \frac{65\pi}{12}; x = \frac{77\pi}{12}; x = \frac{89\pi}{12}$$

Vậy trên khoảng $\left(0; \frac{15\pi}{2}\right)$ phương trình đã cho có tất cả là 16 nghiệm.

Câu 73: Ta có: $3\sin\left(2x - \frac{\pi}{5}\right) + 1 = m \Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{5}\right) = \frac{m-1}{3}$

Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $-1 \leq \frac{m-1}{3} \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 4.$

Suy ra: $b - a = 6.$

Câu 74: Phương trình: $\cos 3x = \cos x \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = x + k2\pi \\ 3x = -x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{k\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Kết luận: Vậy phương trình tập nghiệm $S = \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 75: Ta có: $\sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = 1 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + k\pi.$

Do $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow -\frac{\pi}{2} < \frac{\pi}{8} + k\pi \leq \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{5}{8} < k \leq \frac{3}{8}$

Mặt khác do $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{8}.$

Vậy phương trình có nghiệm $x = \frac{\pi}{8}$

Câu 76: Ta có $\cos 3x = \sin x \Leftrightarrow \cos 3x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = \frac{\pi}{2} - x + k2\pi \\ 3x = -\frac{\pi}{2} + x + l2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \\ x = -\frac{\pi}{4} + l\pi \end{cases}.$

$x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Leftrightarrow -\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{5}{4} \leq k \leq \frac{3}{4} \Rightarrow k \in \{-1; 0\}.$

Vậy họ nghiệm này có hai nghiệm thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ là $x = -\frac{3\pi}{8}, x = \frac{\pi}{2}.$

$x = -\frac{\pi}{4} + l\pi \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Leftrightarrow -\frac{\pi}{2} \leq -\frac{\pi}{4} + l\pi \leq \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{4} \leq l \leq \frac{3}{4} \Leftrightarrow l = 0.$

Vậy họ nghiệm này có một nghiệm thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ là $x = -\frac{\pi}{4}.$

Vậy phương trình ban đầu có ba nghiệm thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right].$

Câu 77: Điều kiện $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq m\frac{\pi}{2}, m \in \mathbb{Z}$

$\tan x = \cot x \Leftrightarrow \tan x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} - x + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$ thỏa mãn điều

kiện.

Câu 78: $\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 3x - \frac{\pi}{4} = \frac{2\pi}{3} + l2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7\pi}{36} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{11\pi}{36} + \frac{l2\pi}{3} \end{cases}; k, l \in \mathbb{Z}$

TH1: $x < 0$; x lớn nhất

Chọn $\begin{cases} k = -1; x = -\frac{17\pi}{36} \\ l = -1; x = -\frac{13\pi}{36} \end{cases} \Rightarrow x = -\frac{13\pi}{36}$

TH2: $x > 0$; x nhỏ nhất

$$\text{Chọn } \begin{cases} k=0; x = \frac{7\pi}{36} \\ l=0; x = \frac{11\pi}{36} \end{cases} \Rightarrow x = \frac{7\pi}{36}$$

$$\text{Khi đó tổng cần tìm là: } -\frac{13\pi}{36} + \frac{7\pi}{36} = -\frac{\pi}{6}.$$

$$\text{Câu 79: } \cos 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos 2x = \cos \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Rightarrow m+n=3+3=6.$$

$$\text{Câu 80: } +) 2\sin x - m = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{m}{2}, \text{ phương trình có nghiệm khi } -1 \leq \frac{m}{2} \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2$$

$$+) 2\sin x - m = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{m}{2}, \text{ phương trình vô nghiệm khi } \left| \frac{m}{2} \right| > 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$$

Chọn đáp án C

$$\text{Câu 81: } \text{ĐKXD: } \cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Khi đó: } \frac{\sin 3x}{1 - \cos x} = 0 \Leftrightarrow \sin 3x = 0 \Leftrightarrow 3x = k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$$

Mà $0 \leq x \leq \pi$ nên $x = 0, x = \frac{\pi}{3}, x = \frac{2\pi}{3}, x = \pi$. Kết hợp với điều kiện, suy ra nghiệm của

phương trình trên đoạn $[0; \pi]$ là $x = \frac{\pi}{3}, x = \frac{2\pi}{3}, x = \pi$.

$$\text{Câu 82: } \text{Ta có } \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Vì } x \in [0; 2\pi] \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}. \Rightarrow \text{Phương trình có 1 nghiệm trên đoạn } [0; 2\pi]$$

$$\text{Câu 83: } \text{Ta có: } \left(2\cos \frac{x}{2} - 1\right) \left(\sin \frac{x}{2} + 2\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2\cos \frac{x}{2} - 1 = 0 \quad (1) \\ \sin \frac{x}{2} + 2 = 0 \quad (2) \end{cases}.$$

$$\text{Giải (1): } 2\cos \frac{x}{2} - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{x}{2} = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k4\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Giải (2): } \sin \frac{x}{2} + 2 = 0, \text{ phương trình vô nghiệm.}$$

$$\text{Vậy phương trình có họ nghiệm là } x = \pm \frac{2\pi}{3} + k4\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Câu 84: } \text{Ta có: } 2\cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Câu 85: } \text{Phương trình đã cho tương đương với phương trình } \sin 2x = \frac{m^2 - 5}{3}$$

$$\text{Vì } \sin 2x \in [-1; 1] \text{ nên } \frac{m^2 - 5}{3} \in [-1; 1] \Leftrightarrow m^2 \in [2; 8] \Leftrightarrow \begin{cases} -2\sqrt{2} \leq m \leq -\sqrt{2} \\ \sqrt{2} \leq m \leq 2\sqrt{2} \end{cases}$$

Vậy nên có 2 giá trị chọn B

Câu 86:**Lời giải**

$$\text{Điều kiện để phương trình có nghĩa } \begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \cos 3x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \end{cases} (*)$$

Khi đó, phương trình $3x = x + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2}$ so sánh với đk

$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}, x \in [0; 30] \Rightarrow k = \{0; \dots; 4\} \Rightarrow x \in \{0; \pi; 2\pi; \dots; 9\pi\}$$

Vậy, tổng các nghiệm trong đoạn $[0; 30]$ của phương trình là: 45π .

Câu 87: Ta có $\sin x + \sin 2x = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = \sin(-x) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = -x + k2\pi \\ 2x = \pi + x + l2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2k\pi}{3} \\ x = \pi + 2l\pi \end{cases}, (k, l \in \mathbb{Z})$.

Vì $x \in [0; 2\pi]$ nên $0 \leq x \leq 2\pi$.

$$+ \text{ Với } x = \frac{2k\pi}{3}. \text{ Ta có } 0 \leq \frac{2k\pi}{3} \leq 2\pi \Leftrightarrow 0 \leq k \leq 3. \text{ Suy ra } \begin{cases} k = 0 \Rightarrow x = 0 \\ k = 1 \Rightarrow x = \frac{2\pi}{3} \\ k = 2 \Rightarrow x = \frac{4\pi}{3} \\ k = 3 \Rightarrow x = 2\pi \end{cases}$$

$$+ \text{ Với } x = \pi + 2l\pi. \text{ Tương tự } 0 \leq \pi + 2l\pi \leq 2\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq l \leq \frac{1}{2}. \text{ Suy ra } l = 0 \Rightarrow x = \pi.$$

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình đã cho trên $[0; 2\pi]$ là 5π .

Câu 88: Theo lý thuyết phương trình $\cos x = m$ vô nghiệm khi: $\begin{cases} m > 1 \\ m < -1 \end{cases}$.

Câu 89: Ta thấy 2 điểm M và N là các giao điểm của đường thẳng vuông góc với trục tung tại điểm $\frac{1}{2}$ với đường tròn lượng giác \Rightarrow M và N là các điểm biểu diễn tập nghiệm của phương trình lượng giác cơ bản: $\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2\sin x = 1 \Rightarrow$ Đáp án. **C**.

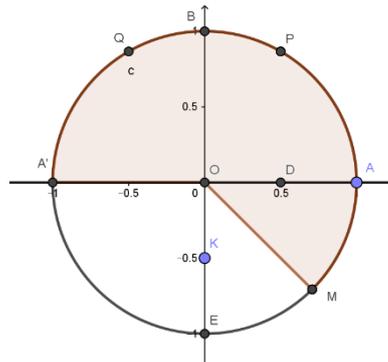
Câu 90: Ta có: $\sin 3x + \cos x = 0 \Leftrightarrow \sin 3x = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = x - \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ 3x = \frac{3\pi}{2} - x + l2\pi \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{3\pi}{8} + l\frac{\pi}{2} \end{cases} (k, l \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Mà } x \in (0; \pi) \text{ nên } \begin{cases} 0 < -\frac{\pi}{4} + k\pi < \pi \\ 0 < \frac{3\pi}{8} + l\frac{\pi}{2} < \pi \end{cases} . \text{ Do } \begin{cases} k \in \mathbb{Z} \\ l \in \mathbb{Z} \end{cases} \text{ nên } \begin{cases} k = 1 \\ l = 0 \\ l = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} \\ x = \frac{3\pi}{8} \\ x = \frac{7\pi}{8} \end{cases} \Rightarrow T = \frac{3\pi}{4} + \frac{3\pi}{8} + \frac{7\pi}{8} = 2\pi .$$

Câu 91: Phương trình đã cho tương đương với phương trình $(2 \cos x - 1)(\sin x - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} & (1) \\ \sin x = m & (2) \end{cases}$



có 1 nghiệm là $x = \frac{8\pi}{3}$ trên $\left[\frac{7\pi}{4}; 3\pi\right]$

Suy ra $\begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ m \in \left[-\frac{\sqrt{2}}{2}; 0\right) \end{cases}$

Câu 92: Ta có: $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = x + \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{4} = \pi - x - \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) .$

+ Xét $x = \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Do $0 < x < \pi \Leftrightarrow 0 < \pi + k2\pi < \pi \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < k < 0$. Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên không có giá trị k .

+ Xét $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$.

Do $0 < x < \pi \Leftrightarrow 0 < \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} < \pi \Leftrightarrow -\frac{1}{4} < k < \frac{5}{4}$. Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên có hai giá trị k là: $k = 0; k = 1$.

• Với $k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}$.

- Với $k = 1 \Rightarrow x = \frac{5\pi}{6}$.

Do đó trên khoảng $(0; \pi)$ phương trình đã cho có hai nghiệm $x = \frac{\pi}{6}$ và $x = \frac{5\pi}{6}$.

Vậy tổng các nghiệm của phương trình đã cho trong khoảng $(0; \pi)$ là: $\frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} = \pi$.

Câu 93: Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $8 \sin x \cdot \cos x \cdot \cos 2x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow 4 \sin 2x \cdot \cos 2x = \sqrt{3} \Leftrightarrow 2 \sin 4x = \sqrt{3} \Leftrightarrow \sin 4x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 4x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là $\frac{\pi}{12} \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ n = 13 \end{cases} \Rightarrow m + n = 14$.