

Phiếu 4: Phương trình $\cot x = a$

Lời giải chi tiết

Câu 1: Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\cot\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$ là

A. $\frac{5\pi}{6}$.

B. $\frac{\pi}{3}$.

C. $\frac{\pi}{6}$.

D. $\frac{\pi}{12}$.

Lời giải

$$\cot\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là $\frac{\pi}{3}$.

Câu 2: Tất cả các nghiệm của phương trình $\cot(x - 15^\circ) - \sqrt{3} = 0$ là:

A. $x = 75^\circ + k360^\circ, (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = 45^\circ + k360^\circ, (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = 75^\circ + k180^\circ, (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = 45^\circ + k180^\circ, (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \cot(x - 15^\circ) - \sqrt{3} = 0 &\Leftrightarrow \cot(x - 15^\circ) = \sqrt{3} \\ &\Leftrightarrow x - 15^\circ = 30^\circ + k180^\circ \Leftrightarrow x = 45^\circ + k180^\circ, (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Nghiệm của phương trình đã cho là: $x = 45^\circ + k180^\circ, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 3: Số nghiệm của phương trình $\cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 1 = 0$ trên khoảng $(-\pi; 3\pi)$ là

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4

Lời giải

$$\text{Ta có: } \cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 1 = 0 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} + k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{ycbt} \Leftrightarrow -\pi < -\frac{\pi}{2} + k\pi < 3\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < k < \frac{7}{2}, \text{ mà } k \in \mathbb{Z} \text{ nên } k \in \{0; 1; 2; 3\}.$$

Câu 4: Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\cot\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$ là

A. $\frac{5\pi}{6}$.

B. $\frac{\pi}{3}$.

C. $\frac{\pi}{6}$.

D. $\frac{\pi}{12}$.

Lời giải

$$\cot\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là $\frac{\pi}{3}$.

Câu 5: Họ nghiệm của phương trình $\cot(2x - 30^\circ) = \sqrt{3}$ là:

A. $x = 90^\circ + k180^\circ$.

B. $x = 30^\circ + k180^\circ$.

C. $x = 30^\circ + k90^\circ$.

D. $x = 60^\circ + k180^\circ$.

Lời giải

$$\cot(2x - 30^\circ) = \sqrt{3} \Leftrightarrow 2x - 30^\circ = 30^\circ + k180^\circ \Leftrightarrow x = 30^\circ + k90^\circ \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 6: Phương trình $\cot x = \sqrt{3}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc $[-2018\pi, 2018\pi]$?

A. 2018.

B. 4035.

C. 4037.

D. 4036.

Lời giải

$$\cot x = \sqrt{3} \quad (1) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}, \text{ mà } -2018\pi \leq x \leq 2018\pi.$$

$$\Rightarrow -2018\pi \leq \frac{\pi}{6} + k\pi \leq 2018\pi \Leftrightarrow -2018 \leq \frac{1}{6} + k \leq 2018 \Leftrightarrow -2018 - \frac{1}{6} \leq k \leq 2018 - \frac{1}{6}, k \in \mathbb{Z}.$$

Suy ra $-2018 \leq k \leq 2017, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy (1) có 4036 nghiệm thuộc $[-2018\pi, 2018\pi]$.

Nhận xét: Hàm số $y = \cot x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$, nên trên mỗi đoạn có độ dài bằng một chu kỳ thì phương trình $\cot x = \sqrt{3}$ có đúng một nghiệm. Mà đoạn $[-2018\pi; 2018\pi]$ được chia làm 4036 đoạn có độ dài bằng 1 chu kỳ dạng $[-2018\pi; -2017\pi], [-2017\pi; -2016\pi], \dots, [2017\pi; 2018\pi]$ nên phương trình đã cho có 4036 nghiệm.